

**Título:** CONSIDERAÇÃO DA INFLUÊNCIA DE VAZÕES LATERAIS ÀS USINAS HIDROELÉTRICAS NO CÁLCULO DA ALTURA DE JUSANTE E FUNÇÃO DE PRODUÇÃO

**Nº de Páginas:** 15

**Nº de Anexos:** 0

**Dados do Cliente:**

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO - ONS  
Rua Júlio do Carmo, 251 - Cidade Nova  
Rio de Janeiro - RJ, CEP: 20211-160

**Responsável:**

Sr. Vitor Silva Duarte  
e-mail: vitor.duarte@ons.org.br  
Telefone: 21-3444-9887

**Departamento:** Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente - DEA

**Nº do PEP:**

**Centro de Lucro:** C230000101

**Centro de Custo:** C203000015

**Resumo:**

Este relatório descreve a generalização da modelagem do eixo do vertimento da Função de Produção Hidroelétrica Aproximada (FPHA) para consideração de outras variáveis de influência na geração além do vertimento da própria usina.

**Observações:**

**Autores:**

Lílian Chaves Brandão dos Santos - Cepel  
André Luiz Diniz Souto Lima - Cepel  
Pedro Tiago Macedo Lira - City Connect

**Palavras-Chave:**

Função de Produção Hidrelétrica  
Vazão lateral  
Altura de jusante  
**Classificação de acesso:** Público

**Aprovação e data de emissão**

**André Luiz Diniz Souto Lima**  
**Chefe do Departamento DEA**

**Tel.:** 21-2598-6046

**E-mail:** diniz@cepel.br

**Aprovação e data de emissão**

**Maurício Barreto Lisboa**  
**Diretor de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação**

---

CEPEL

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

Projeto DECOMP

Relatório Técnico 1392 / 2021

**CONSIDERAÇÃO DA INFLUÊNCIA DE VAZÕES LATERAIS ÀS USINAS  
HIDROELÉTRICAS NO CÁLCULO DA ALTURA DE JUSANTE E FUNÇÃO  
DE PRODUÇÃO**

Maio / 2021

---

**ÍNDICE**

<b>SUMÁRIO EXECUTIVO</b>	3
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	4
<b>2 A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA</b>	5
2.1 Cálculo da altura de montante	6
2.2 Cálculo da altura de jusante	6
<b>3 A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA APROXIMADA</b>	7
<b>4 A INFLUÊNCIA DAS VAZÕES LATERAIS NO CANAL DE FUGA DAS USINAS</b>	8
4.1 Caso Itaipu	8
4.2 Caso Belo Monte	9
4.3 Modelagem geral para o cálculo da altura de jusante	9
<b>5 MODELAGEM DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA APROXIMADA CONSIDERANDO A VAZÃO LATERAL</b>	11
<b>5.1 O impacto no cálculo da FPHA</b>	11
5.1.1 Definição de $Q_{lat}^{ref}$ , $Q_{lat}^{min}$ e $Q_{lat}^{max}$	12
<b>5.2 O impacto nos cortes da FPHA</b>	13
5.2.1 Cortes com modelagem apenas do vertimento	13
5.2.2 Cortes considerando influência de vazão lateral de forma geral	13
<b>REFERÊNCIAS</b>	15

---

## **SUMÁRIO EXECUTIVO**

Este relatório descreve a generalização da modelagem do eixo do vertimento da Função de Produção Hidroelétrica Aproximada (FPHA) para consideração de outras variáveis de influência na geração além do vertimento da própria usina.

**Motivação:** é observado em algumas usinas hidrelétricas que a altura de jusante (utilizada no cálculo da queda líquida da usina) é afetada não só pela defluência da própria usina, mas também por outras afluições que chegam a jusante e que são capazes de elevar o nível de jusante. Dessa forma, passa a ser interessante considerar este efeito na modelagem do cálculo da energia gerada pela usina hidrelétrica nos modelos de planejamento energético.

**Objetivos:** o objetivo deste relatório é formalizar o conceito de vazão lateral de uma usina, assim como documentar a metodologia adotada para a consideração dessa influência na modelagem da função de produção de uma usina hidrelétrica.

**Metodologia:** A FPHA é um modelo linear por partes que relaciona a geração de uma usina hidrelétrica em função do volume armazenado da usina, vazão turbinada e vazão vertida. Este relatório generaliza a influência do vertimento passando a ser uma influência da vazão lateral, onde são contabilizados vertimento, afluições de postos de vazão e defluências de outras usinas. Dessa forma a FPHA passa a ser função de uma vazão lateral, que é formada diferentemente para cada usina conforme a sua característica.

**Resultados:** Descrição e formalização do conceito de vazão lateral de uma usina, assim como a nova formulação da FPHA considerando o eixo de vazão lateral. Detalhamento das implicações da utilização do modelo linear por partes quando uma usina sofre influências de afluições incrementais e defluências de outras usinas e a inclusão deste aspecto no modelo de planejamento energético de curto prazo.

## 1 INTRODUÇÃO

Os modelos de otimização energética de longo, médio e curto prazos desenvolvidos pelo CEPEL são usados como ferramentas de apoio para o planejamento da operação do sistema hidrotérmico Brasileiro [1–4], no qual se inclui a Programação Mensal da Operação (PMO). Os modelos possuem diferentes características dependendo do horizonte de tempo e nível de discretização considerados, e os aspectos modelados também variam conforme às respostas desejadas dos modelos. O modelo de mais curto prazo tem o objetivo de calcular o despacho horário de menor custo, DESSEM [4, 5], e possui discretização semi-horária no primeiro dia e um horizonte de até duas semanas<sup>1</sup>, considerando o problema determinístico, unidades geradoras individualizadas além de diversos aspectos elétricos e energéticos de forma mais detalhada. O modelo de médio prazo, DECOMP [6], que calcula o despacho ótimo semanal e a função de custo futuro para o modelo DESSEM, possui discretização semanal e mensal, e horizonte de até um ano<sup>2</sup>, considerando incertezas nas vazões afluentes das usinas a partir do segundo mês, as usinas hidrelétricas também de forma individualizada e hidráulicas e restrições elétricas especiais. Ambos modelos são utilizados no processo do Programa Mensal da Operação Energética (PMO) pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) e no processo de determinação do Preço de Liquidação de Diferenças (PLD). O modelo de mais longo prazo, NEWAVE, calcula a política ótima operativa tendo em vista um horizonte de 5 a 10 anos com discretização mensal, gerando uma função de custo a ser utilizada nos demais modelos [2]. No modelo NEWAVE as usinas hidroelétricas podem ser modeladas de forma agregada, em reservatórios equivalentes, ou individualizada, e considera de maneira mais detalhada as incertezas nas vazões afluentes às usinas hidroelétricas.

Em todos os modelos do CEPEL onde as usinas hidrelétricas são consideradas de forma individualizada, a conversão energética da usina, também chamada de função de produção hidrelétrica (FPH) da usina, é complexa e envolve diversas não linearidades. No modelo a FPH é aproximada por uma função linear por partes, referenciado neste documento como Função de Produção Hidrelétrica Aproximada (FPHA) [7].

Este Relatório tem como objetivo descrever uma característica particular das usinas hidrelétricas onde a altura do canal de fuga da usina (altura de jusante) não depende apenas da defluência da própria usina, mas também outras vazões laterais a ela. Este aspecto afeta diretamente o cálculo da FPH da usina, assim, o modelo FPHA deve levar em consideração esta influência, de forma a torná-lo mais aderente à realidade. Essa característica pode ser aplicada a todos os modelos de planejamento da operação que fazem uso da FPHA.

<sup>1</sup>No uso oficial do DESSEM para o processo de preço horário, o horizonte é de até 1 semana.

<sup>2</sup>Atualmente, os casos oficiais utilizam um horizonte de 2 meses.

## 2 A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA

A conversão de energia de um aproveitamento hidrelétrico é dada pelos conjuntos turbina-gerador, o primeiro é responsável pela conversão de energia potencial em energia mecânica e o segundo pela conversão da energia mecânica em energia elétrica. A energia potencial é proveniente da água armazenada no reservatório a montante, que ao ser liberada provoca torque no eixo da turbina, que é transmitido ao eixo do gerador. Dessa forma, a energia potencial pode ser expressa por:

$$E_{potencial} = v \times \rho_{\text{água}} \times g \times h_{liq}$$

onde:

$E_{potencial}$ : é a energia potencial (J);

$\rho_{\text{água}}$ : é a densidade da água ( $1 \text{ kg/m}^3$ );

$v$ : é o volume de água armazenado a montante ( $\text{m}^3$ );

$g$ : é a aceleração da gravidade ( $9.81 \text{ m/s}^2$ );

$h_{liq}$ : é a líquida de queda (m).

Já a energia elétrica de um conjunto turbina gerador pode ser expressa em função da energia potencial:

$$E_{elétrica} = \eta_t \times \eta_g \times E_{potencial}$$

onde:

$E_{elétrica}$ : é a energia elétrica gerada pelo conjunto (J);

$\eta_t$ : é o rendimento da turbina (%);

$\eta_g$ : é o rendimento do gerador (%).

Dada uma vazão turbinada pela turbina é possível calcular a potência gerada pelo conjunto:

$$gh = \eta_t \times \eta_g \times \rho_{\text{água}} \times g \times h_{liq} \times q$$

onde:

$gh$ : é a potência pelo gerador (W);

$q$ : é a vazão turbinada ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).

As eficiências da turbina e gerador multiplicadas indicam a eficiência do conjunto  $\eta = \eta_t \times \eta_g$ , esses valores dependem de forma não linear da vazão turbinada e da altura líquida, ou seja,  $\eta(q, h_{liq})$ . Agrupando os termos chamamos de produtibilidade específica do conjunto  $\rho_{esp}(q, h_{liq}) = \eta(q, h_{liq}) \times \rho_{\text{água}} \times g$ . Temos então que a geração do conjunto depende da sua altura líquida, vazão turbinada e produtibilidade específica:

$$gh = \rho_{esp}(q, h_{liq}) \times h_{liq} \times q$$

A altura líquida por sua vez é dada por:

$$h_{liq} = h_{mont} - h_{jus} - h_{perdas}$$

onde:

$h_{mont}$ : é a altura de montante da usina, que é uma função não linear de seu volume  $h_{mont}(V)$ ;

$h_{jus}$ : é a altura de jusante ou cota do canal de fuga da usina, que por sua vez depende de forma não linear da vazão turbinada e da vazão vertida da usina  $h_{jus}(Q, S)$ ;

$h_{perdas}$ : representa as perdas hidráulicas da usina, as perdas dependem do turbinamento da unidade e do conjunto, variando conforme a configuração dos dutos.

Dessa forma temos que para cada conjunto a potência é dada por:

$$gh = \rho_{esp}(q, Q, S, V) \times (h_{mont}(V) - h_{jus}(Q, S) - h_{perdas}(q, Q)) \times q$$

Para a usina toda, a potência é dada pela soma da potência de seus conjuntos:

$$GH(Q, S, V) = \sum_i gh_i(q_i, Q, S, V)$$

A função  $GH$  pode ser ilustrada pela figura 1:

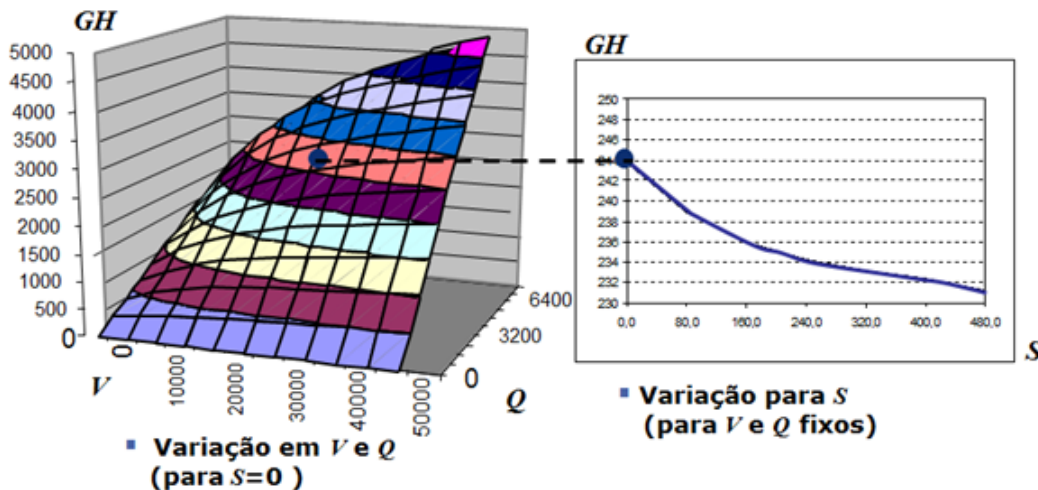


Figura 1: Função de produção hidrelétrica.

## 2.1 Cálculo da altura de montante

A altura de montante da usina, utilizada para o cálculo da altura líquida é uma função não linear de seu volume. Uma aproximação polinomial é feita para representar essa relação, tal que:

$$h_{mont} = a_0 + a_1 \times V + a_2 \times V^2 + a_3 \times V^3 + a_4 \times V^4$$

Esse polinômio é conhecido como polinômio cota-volume.

## 2.2 Cálculo da altura de jusante

A altura de jusante ou sua cota do canal de fuga por sua vez, é aproximada por um conjunto de uma ou mais curvas-chave. Isso se dá pois, em alguns casos, pode haver o efeito do remanso do reservatório de jusante na cota da usina. Independentemente da quantidade de curvas-chaves, a altura de jusante é aproximada por um ou mais polinômios, cujos coeficientes podem depender do nível do reservatório de jusante, e que associam a vazão turbinada com a cota, no caso de usinas onde o vertimento não influencia o canal de fuga:

$$h_{jus} = b_0 + b_1 \times (Q + S) + b_2 \times (Q + S)^2 + b_3 \times (Q + S)^3 + b_4 \times (Q + S)^4$$

### 3 A FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA APROXIMADA

Para representar a função de produção hidrelétrica nos modelos de planejamento energético é necessário obter relações lineares da geração hidrelétrica com as variáveis de volume, vazões turbinadas e vertidas. A modelagem utilizada atualmente é a Função de Produção Hidrelétrica Aproximada (FPHA) que faz aproximações lineares por partes da função  $GH \times Q \times V$  e uma aproximação secante no eixo  $GH \times S$ , de forma que, cada uma destas aproximações, denominadas cortes, tem o seguinte formato:

$$GH_{i,k}^{t,s} = \alpha_i^{j,t} \left[ \gamma_{0_i}^{j,t} + \gamma_{V_i}^{j,t} \frac{(V_i^{t,s} - V_i^{t-1,s})}{2} + \gamma_{Q_i}^{j,t} Q_{i,k}^{t,s} + \gamma_{S_i}^{j,t} S_{i,k}^{t,s} \right]$$

$k = 1, \dots, NPat \quad j = 1, \dots, NCut$

para cada período  $t \in [1, T]$ , cenário  $s \in [1, S_p]$  e usina  $i \in [1, I]$ , onde os coeficientes  $\gamma$  e  $\alpha$  são calculados de forma que os cortes sejam uma aproximação da função de produção exata (não linear) das usinas, conforme os procedimentos:

1. Definição de uma grade de pontos de discretização nos eixos de volume e turbinamento.
2. Cálculo da envoltória convexa da função exata considerando estes pontos.
3. Definição dos hiperplanos que compõe a envoltória (coeficientes  $\gamma_0$ ,  $\gamma_V$  e  $\gamma_Q$ ).
4. Cálculo do fator de correção  $\alpha$  no sentido de minimizar o desvio quadrático médio entre a envoltória e a função exata.
5. Cálculo do da secante que melhor aproxima a relação da geração com o vertimento obtendo  $\gamma_S$ .



#### 4 A INFLUÊNCIA DAS VAZÕES LATERAIS NO CANAL DE FUGA DAS USINAS

Para algumas usinas, a altura do canal de fuga, utilizada para o cálculo da altura líquida, não depende apenas do turbinamento da própria usina. O canal de fuga também pode ser afetado pelo vertimento da própria usina e/ou defluências de outras usinas ou vazões afluentes de rios representadas por postos de vazões. Chamaremos neste documento de **vazão lateral** ( $Q_{lat}$ ), a composição destas vazões que influenciam a cota de jusante da usina. Dessa forma a cota do canal de fuga de uma usina é uma função de uma vazão de jusante ( $Q_{jus}$ ) que é calculada por uma composição da vazão turbinada ( $Q_{turb}$ ) e da vazão lateral ( $Q_{lat}$ ).

##### 4.1 Caso Itaipu

A altura de jusante da usina de Itaipu depende, através de um polinômio, da vazão no trecho chamado régua 11. Esta vazão é dada por uma composição da vazão defluente da usina de Itaipu (turbinamento e vertimento) e pela vazão defluente do rio Iguaçu (afluente ao rio Paraná, à jusante de Itaipu), conforme ilustrado na figura 2. Essa composição é dada por uma expressão linear:

$$Q_{R11} = 1.03(Q_{turb}^{IT} + Q_{vert}^{IT}) + 1.17Q_{def}^{IG}$$

onde:

$Q_{R11}$ : é a vazão da régua 11 representando a vazão de jusante de Itaipu ( $Q_{jus}^{IT}$ );

$Q_{turb}^{IT}$ : é a vazão turbinada da usina de Itaipu;

$Q_{vert}^{IT}$ : é a vazão vertida da usina de Itaipu;

$Q_{def}^{IG}$ : é a vazão defluente (turbinamento mais vertimento) da última usina do rio Iguaçu, que a exprime a vazão do rio Iguaçu.

Representando a vazão lateral da usina de Itaipu, temos:

$$Q_{lat}^{IT} = 1.03Q_{vert}^{IT} + 1.17Q_{def}^{IG}$$

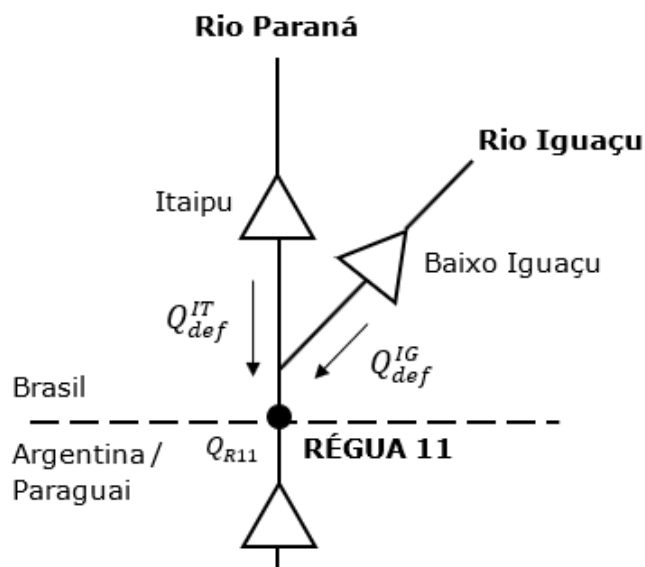


Figura 2: Ilustração da influência da régua 11 no canal de fuga de Itaipu.

Dessa forma, a altura de jusante da usina de Itaipu é calculada em função da vazão de jusante:

$$h_{jus}^{IT} = f(Q_{jus}^{IT}) = f(Q_{R11})$$

#### 4.2 Caso Belo Monte

No caso da usina de Belo Monte, seu canal de fuga sofre a influência de uma vazão lateral que é composta pelo vertimento da própria usina e outras duas vazões, uma delas é a defluência da usina de Pimental e a outra é a vazão natural do rio afluyente Bacajá. A figura 3 mostra um esquema para esta situação. Dessa forma temos:

$$Q_{jus}^{BM} = Q_{turb}^{BM} + Q_{lat}^{BM} = Q_{turb}^{BM} + k_v Q_{vert}^{BM} + k_d Q_{def}^{PM} + k_i Q_{incr}^{Bacajá}$$

onde:

$Q_{jus}^{BM}$ : é a vazão de jusante da usina de Belo Monte, que é utilizada para o cálculo da cota do canal de fuga;

$Q_{turb}^{BM}$ : é a vazão turbinada da usina de Belo Monte;

$Q_{lat}^{BM}$ : é a vazão lateral da usina de Belo Monte, composta pela soma do vertimento de Belo Monte e das defluências da usina de Pimental e rio Bacajá;

$Q_{vert}^{BM}$ : é a vazão vertida da usina de Belo Monte;

$Q_{def}^{PM}$ : é a vazão defluente da usina de Pimental (turbinamento mais vertimento);

$Q_{incr}^{Bacajá}$ : é a vazão natural e incremental do rio afluyente Bacajá.

Dessa forma, a altura de jusante da usina de Belo Monte é calculada conforme a vazão de jusante:

$$h_{jus}^{BM} = f(Q_{jus}^{BM})$$

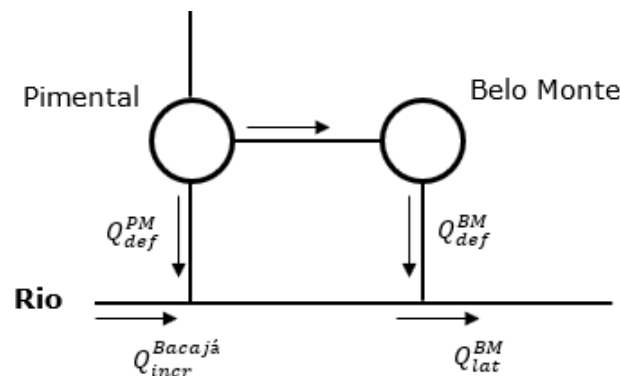


Figura 3: Influência no canal de fuga de Belo Monte.

#### 4.3 Modelagem geral para o cálculo da altura de jusante

Dado que a altura de jusante de usina pode ser dependente de diversos aspectos, consideramos a função que expressa essa altura dependente da vazão de jusante da usina  $i$ :

$$h_{jus}^i = f(Q_{jus}^i)$$

A vazão de jusante, por sua vez, pode ser composta por um ou mais termos:

$$Q_{jus}^i = kt \times Q_{turb}^i + kv \times Q_{vert}^i + \sum_{m \in \Omega_p} kp_m \times Q_{incr}^m + \sum_{n \in \Omega_u} ku_n \times Q_{def}^n$$

Por sua vez a vazão lateral é dada por:

$$Q_{lat}^i = kv \times Q_{vert}^i + \sum_{m \in \Omega_p} kp_m \times Q_{incr}^m + \sum_{n \in \Omega_u} ku_n \times Q_{def}^n$$

onde:

$Q_{jus}^i$ : é a vazão de jusante da usina  $i$ ;

$Q_{turb}^i$ : é a vazão turbinada da usina  $i$ ;

$kt$ : é o fator de ponderação da influência da vazão turbinada da usina  $i$  na vazão de jusante da mesma;

$Q_{vert}^i$ : é a vazão vertida da usina  $i$ ;

$kv$ : é o fator de ponderação da influência da vazão vertida da usina  $i$  na vazão de jusante da mesma;

$\Omega_p$ : é o conjunto de postos de vazão que influenciam o canal de fuga da usina  $i$ ;

$Q_{incr}^m$ : é a vazão incremental do posto  $m \in \Omega_p$ ;

$kp_m$ : é o fator de ponderação da influência da vazão incremental do posto  $m \in \Omega_p$  na vazão de jusante da usina  $i$ ;

$\Omega_u$ : é o conjunto de usinas cuja defluência influencia o canal de fuga da usina  $i$ , tal que  $i \notin \Omega_u$ ;

$Q_{def}^n$ : é a vazão defluente da usina  $n \in \Omega_u$ ;

$ku_n$ : é o fator de ponderação da influência da vazão defluente da usina  $n \in \Omega_u$  na vazão de jusante da usina  $i$ .

Dessa forma entende-se que as usinas possuem aspectos diferentes e sofrem influências diferentes, é possível classificar as usinas em quatro diferentes grupos de acordo com essas características:

- **Grupo 1:** Usinas que não possuem influência externa ou do vertimento no canal de fuga (ex.: Camargos):

$$kt \neq 0, kv = 0, \Omega_p = \emptyset \text{ e } \Omega_u = \emptyset$$

$$Q_{jus}^i = kt \times Q_{turb}^i, \text{ em geral } kt = 1 \text{ e } Q_{jus}^i = Q_{turb}^i$$

- **Grupo 2:** Usinas que sofrem influência apenas do vertimento no canal de fuga (ex.: Furnas):

$$kt \neq 0, kv \neq 0, \Omega_p = \emptyset \text{ e } \Omega_u = \emptyset$$

$$Q_{jus}^i = kt \times Q_{turb}^i + kv \times Q_{vert}^i, \text{ em geral } kt = kv = 1 \text{ e } Q_{jus}^i = Q_{turb}^i + Q_{vert}^i$$

- **Grupo 3:** Usinas que sofrem influência do vertimento e de defluências de outras usinas no canal de fuga (ex.: Itaipu):

$$kt \neq 0, kv \neq 0, \Omega_p = \emptyset \text{ e } \Omega_u \neq \emptyset$$

$$Q_{jus}^i = kt \times Q_{turb}^i + kv \times Q_{vert}^i + \sum_{n \in \Omega_u} ku_n \times Q_{def}^n$$

- **Grupo 4:** Usinas que sofrem influência do vertimento e de defluências de outras usinas e postos no canal de fuga (ex.: Belo Monte):

$$kt \neq 0, kv \neq 0, \Omega_p \neq \emptyset \text{ e } \Omega_u \neq \emptyset$$

$$Q_{jus}^i = kt \times Q_{turb}^i + kv \times Q_{vert}^i + \sum_{m \in \Omega_p} kp_m \times Q_{incr}^m + \sum_{n \in \Omega_u} ku_n \times Q_{def}^n$$

## 5 MODELAGEM DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA APROXIMADA CONSIDERANDO A VAZÃO LATERAL

### 5.1 O impacto no cálculo da FPHA

O cálculo da FPHA de cada usina pode ser dividido em dois passos principais:

- Aproximação no eixo de turbinamento e volume (eixo  $Q \times V$ )

Nesta fase são calculados os coeficientes: independente ( $\gamma_{0i}^{j,t}$ ), de turbinamento ( $\gamma_{Qi}^{j,t}$ ) e volume ( $\gamma_{Vi}^{j,t}$ ) dos cortes  $j$  da FPHA da usina  $i$  no período  $t$ , além do fator de correção associado a estes cortes ( $\alpha_i^{j,t}$ ). Estes coeficientes são calculados para um valor de vazão lateral igual a zero, ou seja, avaliando a função de produção da usina no ponto:  $GH_{Q \times V}(Q, V, Q_{lat} = 0)$ , o que é razoável quando a vazão lateral considera apenas o vertimento da própria usina, uma vez que sabemos que existe uma tendência da usina de não verter ou verter somente quando estiver turbinando o seu máximo. Dessa forma, a função é melhor calibrada para a região de maior expectativa de operação, o que minimiza os desvios.

No entanto, quando passamos a considerar que a vazão lateral da usina é composta por fatores externos, a expectativa é que essa vazão lateral seja não nula. Para casos onde existe a influência de postos de vazões na vazão lateral, essa vazão só poderá ser nula quando a vazão incremental do cenário for nula. Além disso, para o caso onde há influência da defluência de outras usinas, também há expectativa de que essa outra usina tenha defluência diferente de zero.

Dessa forma, podemos inferir que pode não ser mais favorável calcular os pontos e cortes no eixo  $Q \times V$  considerando a vazão lateral nula e sim em um outro ponto que chamaremos de "vazão lateral de referência"  $Q_{lat}^{ref}$ , sendo este eixo calculado considerando  $GH_{Q \times V}(Q, V, Q_{lat} = Q_{lat}^{ref})$ . Para os casos onde a influência é apenas do vertimento da própria usina assume-se  $Q_{lat}^{ref} = 0$ , obtendo-se a modelagem tradicional.

- Aproximação no eixo de vazão lateral (eixo  $Q_{lat}$ )

Após calculados os cortes no eixo  $Q \times V$ , para cada corte  $j$ , em seu ponto de referência ( $Q_r^j, V_r^j$ ), é aproximada uma secante  $GH_{sec}^{Q_r^j, V_r^j}(Q_{lat})$  representando o impacto da vazão lateral, como mostra a figura 4. É necessário fixar o ponto  $Q_{lat} = Q_{lat}^{ref}$  para que a função conjunta fique contínua, tal que:  $GH_{sec}^{Q_r^j, V_r^j}(Q_{lat} = Q_{lat}^{ref}) = GH_{Q \times V}(Q, V, Q_{lat} = Q_{lat}^{ref})$ , sendo assim:

$$GH_{sec}^{Q_r^j, V_r^j}(Q_{lat}) = GH_{Q \times V}(Q_r^j, V_r^j, Q_{lat} = Q_{lat}^{ref}) - \gamma_L^j Q_{lat}$$

O cálculo do coeficiente  $\gamma_L^j$  se dá pela minimização do erro quadrático médio da função secante ( $GH_{sec}^{Q_r^j, V_r^j}$ ) e da função real entre os pontos  $Q_{lat} = Q_{lat}^{min}$  e  $Q_{lat} = Q_{lat}^{max}$ , que representa o intervalo de interesse para a aproximação da vazão lateral. Se assumirmos  $Q_{lat}^{ref} = Q_{lat}^{min}$  e  $Q_{lat}^{max} = 2Q_{MLT}$  para usinas com apenas influência do vertimento da própria usina, encontramos a modelagem tradicional.

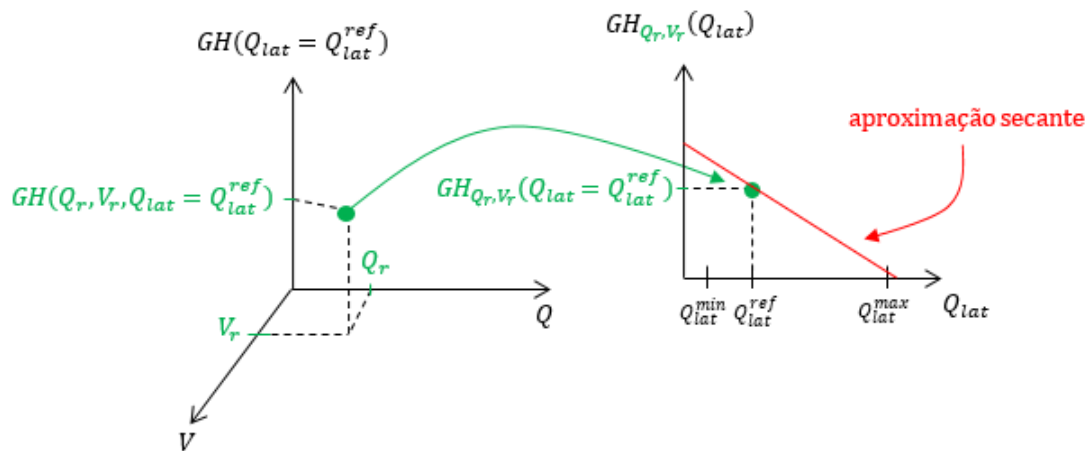


Figura 4: Aproximação secante no eixo de vazão lateral.

### 5.1.1 Definição de $Q_{lat}^{ref}$ , $Q_{lat}^{min}$ e $Q_{lat}^{max}$

Para usinas onde não há influência da vazão lateral na vazão de jusante (usinas do grupo 1) tem-se:  $Q_{lat}^{ref} = Q_{lat}^{min} = Q_{lat}^{max} = 0$ , o que recai na modelagem da FPHA tradicional.

No caso de usinas do grupo 2, onde a vazão lateral é composta apenas pelo vertimento da própria usina, assumindo  $Q_{lat}^{ref} = Q_{lat}^{min} = 0$  e  $Q_{lat}^{max} = kv \times 2 \times Q_{MLT}$  se  $Q_{MLT} \neq 0$  ou  $Q_{lat}^{max} = kv \times 2 \times Q_{turbmax}$  se  $Q_{MLT} = 0$ , para  $kv = 1$ , encontra-se a modelagem da FPHA tradicional.

Para casos de usinas do grupo 3, onde existe influência da defluência de outras usinas, o valor de  $Q_{lat}^{ref} = Q_{lat}^{min}$  deve ser nulo, pois a vazão lateral é composta por  $Q_{vert}^i$  e  $Q_{def}^n$  e ambos podem assumir valores nulos. Já o termo  $Q_{lat}^{max}$  deve levar em conta a defluência máxima esperada das usinas laterais, ou seja:

$$Q_{lat}^{max} = kv \times 2 \times Q_{MLT}^i + \sum_{n \in \Omega_u} ku_n \times (Q_{turbmax}^n + 2 \times Q_{MLT}^n)$$

No caso de vazões MLT iguais a zero, assume-se o turbinamento máximo da usina.

Para usinas do grupo 4, onde existem influências de postos de vazões incrementais, uma vez que estes valores são conhecidos, a vazão lateral mínima da usina é dada pela vazão incremental do cenário em questão, como a FPHA é única para cada período tomamos a vazão média dos cenários naquele período:

$$Q_{incr}^{med} = \sum_{s=1}^{S_p} \sum_{m \in \Omega_p} p_s \times kp_m \times Q_{incr}^m$$

onde:

$$Q_{lat}^{ref} = Q_{lat}^{min} = Q_{incr}^{med}$$

ou seja, no caso onde vazões incrementais influenciam na vazão lateral, os coeficientes dos cortes da FPHA podem todos serem calculados considerando uma vazão lateral não nula igual a vazão média dos cenários no período.

Também seria possível considerar a vazão de cada cenário separadamente ao invés da vazão incremental média do período. Apesar de o cálculo ser um ponto mais preciso dessa forma, haveria um conjunto de

cortes diferentes para cada cenário, o que exige um esforço computacional maior.

## 5.2 O impacto nos cortes da FPHA

### 5.2.1 Cortes com modelagem apenas do vertimento

Para usinas que se enquadram nos grupos 1 e 2, onde o canal de fuga não sofre influência externa (apenas da defluência da própria usina, incluindo ou não o vertimento) a modelagem da FPHA descrita anteriormente (Seção 3) pode ser usada, onde são calculados  $NCut$  cortes, para todos os  $T$  períodos de tempo e cenários  $S_t$ , para todas as  $I$  usinas e patamares. Assim, são colocadas no PL do período de tempo  $t \in [1, T]$  e cenário  $s \in [1, S_t]$  as relações de produção para cada usina  $i \in [1, I]$ :

$$GH_{i,k}^{t,s} \leq \alpha_i^{j,t} \left[ \gamma_{0_i}^{j,t} + \gamma_{V_i}^{j,t} \frac{(V_i^{t,s} - V_i^{t-1,s})}{2} + \gamma_{Q_i}^{j,t} Q_{i,k}^{t,s} + \gamma_{S_i}^{j,t} S_{i,k}^{t,s} \right]$$

$$k = 1, \dots, NPat \quad j = 1, \dots, NCut$$

onde:

$GH_{i,k}^{t,s}$ : geração da usina  $i$  no patamar de carga  $k$ , período  $t$  e cenário  $s$ ;

$V_i^{t,s}$ : volume final da usina  $i$ , período  $t$  e cenário  $s$ ;

$V_i^{t-1,s}$ : volume inicial da usina  $i$ , período  $t$  e cenário  $s$ ;

$Q_{i,k}^{t,s}$ : turbinamento da usina  $i$  no patamar de carga  $k$ , período  $t$  e cenário  $s$ ;

$S_{i,k}^{t,s}$ : vertimento da usina  $i$  no patamar de carga  $k$ , período  $t$  e cenário  $s$ ;

$\alpha_i^{j,t}$ : fator de correção da FPHA da usina  $i$  no período  $t$ ;

$\gamma_{0_i}^{j,t}$ : coeficiente independente do corte  $j$  da usina  $i$  no período  $t$ ;

$\gamma_{V_i}^{j,t}$ : coeficiente do volume do corte  $j$  da usina  $i$  no período  $t$ ;

$\gamma_{Q_i}^{j,t}$ : coeficiente do turbinamento do corte  $j$  da usina  $i$  no período  $t$ ;

$\gamma_{S_i}^{j,t}$ : coeficiente do vertimento do corte  $j$  da usina  $i$  no período  $t$ .

Para usinas onde não há influência do vertimento:  $\gamma_{S_i}^{j,t} = 0$

### 5.2.2 Cortes considerando influência de vazão lateral de forma geral

Para generalizar a expressão dos cortes de forma a representar também usinas do grupo 3, onde o canal de fuga também é influenciado pela vazão defluente de outras usinas, as equações dos cortes levam em consideração a vazão lateral:

$$GH_{i,k}^{t,s} \leq \alpha_i^{j,t} \left[ \gamma_{0_i}^{j,t} + \gamma_{V_i}^{j,t} \frac{(V_i^{t,s} - V_i^{t-1,s})}{2} + \gamma_{Q_i}^{j,t} Q_{i,k}^{t,s} + \gamma_{L_i}^{j,t} Q_{lat,i,k}^{t,s} \right]$$

$$\forall k = [1, \dots, NPat], \quad j \in J$$

onde:

$Q_{lat,i,k}^{t,s}$ : é a vazão lateral da usina  $i$  no patamar de carga  $k$ , período  $t$  e cenário  $s$ , dada por:

$$Q_{lat,i,k}^{t,s} = kv \times Q_{vert,i,k}^{t,s} + \sum_{m \in \Omega_p} kp_m \times (Q_{incr}^{m,s,t} - Q_{incr}^{med,t}) + \sum_{n \in \Omega_u} ku_n \times Q_{def,n,k}^{t,s}$$

$\gamma_{L_i}^{j,t}$ : coeficiente de vazão lateral do corte  $j$ , da usina  $i$  no período  $t$ .

Onde para as usinas do grupo 1 tem-se:

$\gamma_{L_i}^{j,t} = 0$  ou  $kv = 0$ ,  $\Omega = \emptyset$

---

Para as usinas do grupo 2:

$kv \neq 0, \Omega_u = \emptyset$ .

Para o caso particular de  $kv = 1$  chega-se a expressão mostrada na Seção 5.1.1.

Para as usinas do grupo 3 tem-se:

$kv \neq 0, \Omega_u \neq \emptyset$ .

Como a vazão incremental média do período tem impacto no cálculo da altura de jusante, pois compõem a vazão de jusante da usina, ao acessar a função de produção para montagem das restrições devem ser consideradas, em cada cenário, o resíduo ( $Q_{incr}^{m,s,t} - Q_{incr}^{med,t}$ ) entre a vazão incremental média e a vazão incremental do cenário.

---

**REFERÊNCIAS**

- [1] M.E.P. Maceira, L.A. Terry, F.S. Costa, J.M. Damazio, A.C.G. Melo. "Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system". In *Proceedings of the power system computation conference - PSCC*, Sevilla, Spain, June 2002.
- [2] M.E.P. Maceira, D.D.J. Penna, A.L. Diniz, R.J. Pinto, A.C.G. Melo, C.V. Vasconcellos, C.B. Cruz. "Twenty Years of Application of Stochastic Dual Dynamic Programming in Official and Agent Studies in Brazil - Main Features and Improvements on the NEWAVE Model". In *20th PSCC - Power Systems Computation Conference*, Dublin, Ireland, June 2018.
- [3] A. L. Diniz, F. S. Costa, M. E. P. Maceira, T. N. Santos, L. C. Brandão, R. N. Cabral. "Short/Mid-Term Hydrothermal Dispatch and Spot Pricing for Large-Scale Systems - the Case of Brazil". In *20th PSCC - Power Systems Computation Conference*, Dublin, Ireland, June 2018.
- [4] T. N. Santos, A. L. Diniz, C. H. Saboia, R.N. Cabral, L.F. Cerqueira. "Hourly pricing and day-ahead dispatch setting in Brazil: the dessem model". *Electric Power Systems Research*, 189:106709, 2020.
- [5] CEPEL. Modelo DESSEM - Manual de referência Versão 19.0.10 - 2020. ([http://srvlumis02.cepel.br/pt\\_br/sala-de-imprensa/noticias/documentacao-tecnica-das-metodologias-e-modelos-de-otimizacao-energetica-do-cepel.htm](http://srvlumis02.cepel.br/pt_br/sala-de-imprensa/noticias/documentacao-tecnica-das-metodologias-e-modelos-de-otimizacao-energetica-do-cepel.htm)).
- [6] CEPEL. Modelo DECOMP - Manual de referência Versão 28 - 2018. ([http://srvlumis02.cepel.br/pt\\_br/sala-de-imprensa/noticias/documentacao-tecnica-das-metodologias-e-modelos-de-otimizacao-energetica-do-cepel.htm](http://srvlumis02.cepel.br/pt_br/sala-de-imprensa/noticias/documentacao-tecnica-das-metodologias-e-modelos-de-otimizacao-energetica-do-cepel.htm)).
- [7] A. L. Diniz and M. E. P. Maceira. "A Four-Dimensional Model of Hydro Generation for the Short-Term Hydrothermal Dispatch Problem Considering Head and Spillage Effects". *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(3):1298-1308, August 2008.