

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL

Relatório de Projeto – DEA - 2002 / 2020

Cliente: CPAMP



A pesquisa que constrói o futuro

Título: Consideração do Modelo Auto-Regressivo Periódico Anual (PAR(p)-A) no Algoritmo de Programação Dinâmica Dual Estocástica.

Nº de Páginas: 42

Nº de Anexos: 1

Dados do Cliente:

Comissão Permanente Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico - GT-Metodologia/CPAMP

Departamento: Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente - DEA

Centro de Lucro: C230000101

Centro de Custo: C203000006/C203000001

Resumo: O CEPEL propôs uma extensão ao modelo estocástico PAR(p) utilizado na geração de cenários sintéticos de aflúncias aos modelos NEWAVE e DECOMP, por meio da inclusão de um novo termo na equação de auto-regressão de cada período sazonal, denominado de PAR(p)-A. Os resultados obtidos mostraram que o novo modelo possibilitou representar melhor a persistência de uma tendência hidrológica incomum.

Este relatório técnico descreve as modificações necessárias na construção dos cortes de Benders do algoritmo de Programação Dinâmica Dual Estocástica, utilizado no modelo NEWAVE para calcular a política de operação do problema de planejamento da operação de longo/médio prazo. É apresentado ainda o impacto da metodologia através de um estudo de caso com uma configuração real do sistema hidrotérmico interligado brasileiro.

Autores:

Maria Elvira Piñeiro Maceira – Cepel
Cristiane Barbosa da Cruz Oliveira – Cepel
Jorge Machado Damázio - Cepel
Albert Cordeiro Geber de Melo – Cepel
André Luiz Diniz Souto Lima – Cepel
Felipe Treistman – PUC/RJ*

* Atualmente, o pesquisador encontra-se no ONS.

Palavras-Chave:

Planejamento da operação de longo/médio prazo; otimização estocástica; programação dinâmica dual estocástica; modelos auto-regressivos periódicos; sistemas hidrotérmicos interligados.

Classificação de acesso: Público

Aprovação e data de emissão

ANDRE LUIZ DINIZ SOUTO
LIMA:02833576730

Assinado de forma digital por
ANDRE LUIZ DINIZ SOUTO
LIMA:02833576730
Dados: 2020.10.09 11:22:38 -03'00'

André Luiz Diniz Souto Lima

Chefe do Departamento de Otimização Energética e Meio Ambiente

Tel.: 21-2598-6046

E-mail: diniz@cepel.br

Aprovação e data de emissão

Assinado de forma digital
por MAURICIO BARRETO
LISBOA:96400447768
Dados: 2020.10.14
17:56:04 -03'00'

Mauricio Barreto Lisboa

Diretor de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação

Centro de Pesquisas de Energia Elétrica - CEPEL www.cepel.br

Sede: Av. Horácio Macedo, 354 - Cidade Universitária - CEP 21941-911 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil - Tel.: 21 2598-6000

Unidade Adrianópolis: Av. Olinda, 5800 - Adrianópolis - CEP 26053-121 - Nova Iguaçu - RJ - Brasil - Tel.: 21 2666-6200

Endereço Postal: CEPEL Caixa Postal 68007 - CEP 21941-971 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil / Endereço Eletrônico: cepel@cepel.br

**Consideração do Modelo
Auto-Regressivo Periódico Anual (PAR(p)-A) no
Algoritmo de Programação Dinâmica Dual Estocástica**

Relatório de Projeto CEPEL 2002/2020

PROJETO NEWAVE

**Modelo de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos Interligados de Longo e
Médio Prazos**

Julho/2020

newave@cepel.br

ÍNDICE

SUMÁRIO EXECUTIVO	4
1. INTRODUÇÃO	5
2. MODELAGEM DE SÉRIES TEMPORAIS PERIÓDICAS	8
2.1 O Modelo Auto-Regressivo Periódico	8
2.2 Modelo Auto-Regressivo Periódico com Componente Anual – PAR(p)-A	9
3. O ALGORITMO PDDE CONSIDERANDO O MODELO PAR(P)-A	11
3.1 Estratégia de Solução do problema POLMP	12
3.2 Construção dos Cortes de Benders considerando a modelo PAR(p)-A	15
4. DESEMPENHO DA METODOLOGIA NA OPERAÇÃO DE LONGO/MÉDIO PRAZO	20
4.1 Descrição dos Casos	20
4.2 Análise dos resultados com os modelos PAR(p)-A e PAR(p)	22
5. UTILIZAÇÃO DOS CORTES DE BENDERS DO MODELO NEWAVE PELO MODELO DECOMP	32
5.1 Dados associados a intervalos de tempo anteriores ao início do estudo do DECOMP	32
5.2 Dados associados a intervalos de tempo ao longo do horizonte de estudo do DECOMP	33
5.3 Variáveis de decisão do estágio de acoplamento	33
5.4 Transformação dos coeficientes em energia (Mwmes) por REE para coeficientes em armazenamento (hm³) por usina.	34
6. CONCLUSÕES	35
7. AGRADECIMENTOS	36
8. REFERÊNCIAS	37
9. ANEXO 1 – GLOSSÁRIO	40

SUMÁRIO EXECUTIVO

Desde 2013, a região Nordeste e parte da região Sudeste do Brasil estão passando por um longo período mais seco, com vazões mensais na grande maioria inferiores às médias de longo termo, enquanto parte da região Sul está passando por um período mais úmido prolongado, com vazões mensais na grande maioria superiores à médias de longo termo. Durante esse período, a média dos cenários sintéticos de aflúências mensais gerados pelo modelo PAR(p) utilizado pelos modelos NEWAVE e DECOMP, apresenta o prognóstico usual de retorno à média histórica em aproximadamente alguns meses (tipicamente 6 meses), embora o regime incomum de aflúências persista. Esse comportamento indica que o modelo de séries temporais PAR(p) pode ser aprimorado para incorporar mais memória nos cenários de aflúências gerados.

Em 2020, o CEPEL apresentou uma proposta de ampliação da memória do modelo PAR(p) por meio da inclusão de um novo termo na equação de auto-regressão de cada período sazonal, denominada de PAR(p)-A. O Programa Mensal de Operação é conduzido pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) e foi utilizado para aplicar a abordagem proposta. Os resultados obtidos mostraram que a inclusão deste novo termo na equação de auto-regressão periódica – modelo PAR(p)-A melhorou, de fato, a memória do modelo PAR (p) original e conseguiu reproduzir com mais acurácia a auto-correlação anual lag-1 e também a função de auto-correlação mensal das aflúências.

A utilização explícita das séries sintéticas de aflúências aos aproveitamentos hidroelétricos, geradas pelo modelo PAR(p)-A no modelo NEWAVE implica em estender a derivação dos cortes de Benders do algoritmo de PDDE, objetivo deste relatório técnico. Apresenta-se ainda o impacto da metodologia através de um estudo de caso com uma configuração real do sistema hidrotérmico interligado brasileiro.

1. INTRODUÇÃO

O objetivo básico do planejamento da operação de um sistema hidrotérmico interligado é calcular a política de operação que estima os valores da água armazenada nos reservatórios e permite determinar, a cada mês, metas de geração para cada usina do sistema e de intercâmbios de energia entre os subsistemas, que atendam à demanda prevista e minimizem o valor esperado do custo de operação ao longo do período de planejamento, atendendo ainda a um critério de aversão a risco. Esse custo é composto pelo custo variável de combustível das usinas termelétricas e pelo custo associado a eventuais déficits no suprimento de energia, representado por uma função de penalização.

A decisão sobre quando utilizar os estoques de energia, representados pela água armazenada nos reservatórios, está intrinsecamente ligada à incerteza quanto às afluências futuras, devendo resultar de uma análise probabilística de seu comportamento. Além disso, a decisão operativa mais adequada dependerá das condições do sistema. Assim, é preciso determinar uma decisão operativa em função dos possíveis estados do sistema. Em sistemas com relevante participação de hidroelétricas, dois tipos de informação compõem o estado do sistema: os níveis de armazenamento dos reservatórios e a tendência hidrológica definida por um conjunto de afluências hidrológicas recentes ao sistema.

Para se obter ganhos sinérgicos em um sistema interligado, é necessário operar o sistema de maneira integrada, otimizando conjuntamente a operação de todas as usinas - hidroelétricas, térmicas, biomassa, eólica e solar, e as decisões de intercâmbios de energia, com o objetivo de minimizar o custo total de operação. Em diversos países com sistemas elétricos de grande porte e com predominância hidroelétrica, devido a sua complexidade, o planejamento da operação é dividido em diferentes etapas que consideram distintos horizontes de tempo e graus de detalhamento na representação do sistema elétrico [1][2][3]. No caso do Brasil, o problema de planejamento da operação do sistema interligado nacional (SIN) é dividido em planejamento de médio e curto prazos, e programação da operação, sendo resolvido através de uma cadeia de modelos [2].

O modelo NEWAVE [4][5] foi desenvolvido pelo CEPEL para aplicação no planejamento da operação e da expansão de sistemas hidrotérmicos interligados de longo e médio prazos, considerando também as fontes renováveis intermitentes, como a eólica e solar. Neste caso, a estratégia de operação deve ser calculada para todas as combinações de níveis de armazenamento e tendência hidrológica, requerendo ainda uma acurácia elevada nos resultados. Em consequência, em sistemas de grande porte como o brasileiro, o problema da operação ótima do sistema, dependendo do horizonte de estudo, torna-se rapidamente intratável do ponto de vista computacional. Assim, no modelo NEWAVE, o parque hidroelétrico pode ser representado de forma agregada em reservatórios equivalentes de energia (REEs), [6][7][8][9] de forma individualizada ou de forma híbrida [10][11][12] - nos primeiros anos do período de estudo as usinas hidroelétricas são individualizadas e nos demais anos, elas são representadas por REEs, proporcionando os benefícios de uma representação individualizada no horizonte mais próximo da tomada de decisão, sem onerar em demasia o tempo computacional. O cálculo da política de operação emprega a técnica de otimização estocástica denominada Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE)[13][14], considerando as incertezas nas afluências futuras, representadas explicitamente através de cenários de afluências

construídos sinteticamente através do modelo auto-regressivo periódico - PAR(p) e utilizando um processo de amostragem seletiva - o modelo GEVAZP[15][16].

Desde 2013, a região Nordeste e parte da região Sudeste do Brasil estão passando por um longo período mais seco, com vazões mensais na grande maioria inferiores às médias de longo termo, enquanto parte da região Sul está passando por um período mais úmido prolongado, com vazões mensais na grande maioria superiores à médias de longo termo, conforme ilustrado na Figura 1.1

Fonte de referência não encontrada.

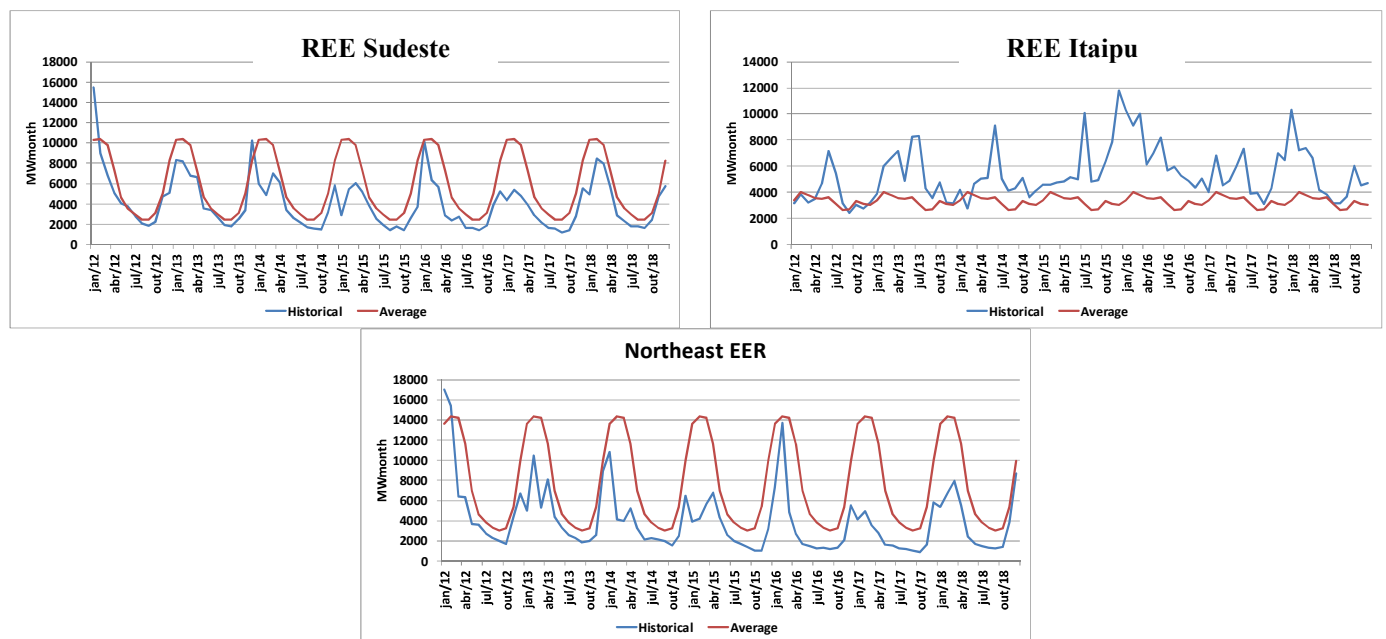


Figura 1.1 – Energias afluentes históricas recentes aos REEs Sudeste, Itaipu e Nordeste.

Durante esse período, a média dos cenários sintéticos de afluições mensais gerados pelo modelo PAR(p) apresenta o prognóstico usual de retorno à média histórica em aproximadamente alguns meses (tipicamente 6 meses), embora o regime incomum de afluições persista. Esse comportamento indica que o modelo de séries temporais PAR(p) pode ser aprimorado para incorporar mais memória nos cenários de afluições gerados.

Em [17] e [18] foi apresentado uma proposta de ampliação da memória do modelo PAR(p) por meio da inclusão de um novo termo na equação de auto-regressão de cada período sazonal, denominada de PAR(p)-A. O Programa Mensal de Operação é conduzido pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) e foi utilizado para aplicar a abordagem proposta. Os resultados obtidos mostraram que a inclusão deste novo termo na equação de auto-regressão periódica – modelo PAR(p)-A melhorou, de fato, a memória do modelo PAR (p) original e conseguiu reproduzir com mais acurácia a auto-correlação anual lag-1 e também a função de auto-correlação mensal das afluições.

A utilização explícita das séries sintéticas de afluições aos aproveitamentos hidroelétricos, geradas pelo modelo PAR(p)-A no modelo NEWAVE implica em estender a derivação dos cortes de Benders do algoritmo de PDDE, objetivo deste relatório técnico. Será apresentado ainda o impacto da

metodologia através de um estudo de caso com uma configuração real do sistema hidrotérmico interligado brasileiro. Adicionalmente, será descrita a incorporação da extensão dos cortes de Benders que compõem a função de custo futuro no modelo de planejamento da operação de curto prazo DECOMP[19].

2. MODELAGEM DE SÉRIES TEMPORAIS PERIÓDICAS

A adoção de critérios probabilísticos em diversas atividades do planejamento e operação de sistemas hidrotérmicos criou a necessidade da modelagem probabilística de aflúências a locais de aproveitamentos hidroelétricos ou a reservatórios equivalentes de energia. Em estudos energéticos, critérios de suprimento são baseados em índices de risco, estimados a partir da simulação da operação energética do sistema para diversos cenários (sequências) de aflúências.

O único cenário disponível na prática, o registro de aflúências observado no passado (chamado de série histórica) é, no entanto, insuficiente para compor uma amostra de tamanho necessário para estimar índices de risco com incertezas aceitáveis. Por outro lado, as características básicas da série histórica podem ser capturadas por modelos estocásticos capazes de produzir séries sintéticas de aflúências, diferentes da série histórica, mas igualmente prováveis. Dessa forma, a informação contida na série histórica pode ser mais completamente extraída, permitindo a avaliação de riscos e incertezas pertinentes a um sistema com predominância hidroelétrica.

Na seção 2.1 é apresentado o modelo estocástico auto-regressivo periódico empregado tradicionalmente pelo modelo GEVAZP para gerar cenários de aflúências empregados nos modelos NEWAVE, DECOMP e SUIISHI [20]. Já na seção 2.2 é descrita uma extensão do modelo PAR(p) a fim de incorporar mais memória nos cenários de aflúências gerados.

2.10 Modelo Auto-Regressivo Periódico

Os modelos de séries temporais em que parte dos parâmetros, ou todos, variam dentro do ano são conhecidos como modelos auto-regressivos com parâmetros periódicos e são denotados por modelos PAR(p).

O modelo auto-regressivo periódico, caracterizado por PAR(p_1, \dots, p_s), pode ser escrito como [21][22][23]:

$$\phi^m(B) \left(\frac{ENA_t - \mu_m}{\sigma_m} \right) = a_t \quad (1)$$

onde:

ENA_t é a variável aleatória do processo estocástico com s períodos sazonais;

O índice de tempo t pode ser considerado como uma função do ano T , e do período sazonal m :

$$t = (T - 1) s + m;$$

$$\phi^m(B) = (1 - \phi_1^m B - \dots - \phi_{p_m}^m B^{p_m});$$

B é o operador defasagem no estágio t . $B ENA_t = ENA_{t-1}$;

p_m é o número de termos auto-regressivos do modelo para o período sazonal m , $p_m < 12$;

μ_m é a média do processo estocástico do período sazonal m correspondente ao estágio t ;

σ_m é o desvio-padrão do processo estocástico do sazonal período m correspondente ao estágio t .

A série a_t não correlacionada temporalmente é independente de ENA_t , possui média zero e variância $\sigma_a^{2(m)}$, que pode ser escrita como uma função das auto-correlações $\rho^m(k)$ de ENA_t e dos coeficientes auto-regressivos periódicos.

Para o reservatório equivalente de energia i (REE_i) a expressão (1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\left(\frac{ENA_{t,i} - \mu_{m,i}}{\sigma_{m,i}}\right) = \sum_{j=1}^{p_{m,i}} \phi'_{t,j,i} \left(\frac{ENA_{t-j,i} - \mu_{m-j,i}}{\sigma_{m-j,i}}\right) + a_{t,i} \quad (2)$$

2.2 Modelo Auto-Regressivo Periódico com Componente Anual – PAR(p)-A

A abordagem proposta introduz um novo termo na equação auto-regressiva periódica (1). Ele representa a média das últimas afluências até se completar um ano. No caso do modelo NEWAVE, que possui discretização mensal, representa a média das últimas 12 afluências. Este termo tem o objetivo de estender a memória da formulação do modelo PAR(p) tradicional.

Assim, o modelo auto-regressivo periódico com componente anual, denominado de PAR (p_1, \dots, p_s) -A pode ser escrito da seguinte forma:

$$\phi'^m(B) \left(\frac{ENA_t - \mu_m}{\sigma_m}\right) - \psi'^m \left(\frac{A_{t-1} - \mu_{m-1}^A}{\sigma_{m-1}^A}\right) = a_t \quad (3)$$

onde A_{t-1} representa a média das últimas 12 observações do processo estocástico ENA_t com referência a $(t-1)$:

$$A_{t-1} = \sum_{\tau=1}^{12} \frac{ENA_{t-\tau}}{12} \quad (4)$$

e μ_{m-1}^A , σ_{m-1}^A são, respectivamente, a média e o desvio-padrão de A_{t-1} .

Para o reservatório equivalente de energia i (REE_i) e considerando (4), a expressão (3) pode ser reescrita como:

$$\left(\frac{ENA_{t,i} - \mu_{m,i}}{\sigma_{m,i}}\right) = \sum_{j=1}^{p_{m,i}} \phi'_{t,j,i} \left(\frac{ENA_{t-j,i} - \mu_{m-j,i}}{\sigma_{m-j,i}}\right) + \psi'_{t,i} \left[\frac{\left(\frac{\sum_{j=1}^{12} ENA_{t-j,i}}{12}\right) - \mu_{m-1,i}^A}{\sigma_{m-1,i}^A} \right] + a_{t,i} \quad (5)$$

Reconhecendo que na parcela A_{t-1} já existem termos que são considerados nas parcelas mensais, a expressão (5) pode ainda ser reescrita como:

$$\left(\frac{ENA_{t,i} - \mu_{m,i}}{\sigma_{m,i}}\right) = \sum_{j=1}^{p_{m,i}} \phi'_{t,j,i} \left(\frac{ENA_{t-j,i} - \mu_{m-j,i}}{\sigma_{m-j,i}}\right) + \psi'_{t,i} \left[\frac{\left(\left(\frac{\sum_{j=1}^{p_{m,i}} ENA_{t-j,i}}{12}\right) + \left(\frac{\sum_{j=p_{m,i}+1}^{12} ENA_{t-j,i}}{12}\right)\right) - \mu_{m-1,i}^A}{\sigma_{m-1,i}^A} \right] + a_{t,i} \quad (6)$$

Finalmente, para facilitar a obtenção das expressões que serão derivadas na seção 3, pode-se explicitar em (6) o termo $ENA_{t,i}$, chegando-se a:

$$ENA_{t,i} = \sum_{j=1}^{p_{m,i}} \phi_{t,j,i}(ENA_{t-j,i}) + \psi_{t,i} \left(\frac{\sum_{j=1}^{p_{m,i}} ENA_{t-j,i}}{12} \right) + \psi_{t,i} \left(\frac{\sum_{j=p_{m,i}+1}^{12} ENA_{t-j,i}}{12} \right) + \varepsilon_{t,i} + C_{m,i} \quad (7)$$

$$\text{onde } \phi_{t,j,i} = \phi'_{t,j,i} \left(\frac{\sigma_{m,i}}{\sigma_{m-j,i}} \right), \quad \psi_{t,i} = \psi'_{t,i} \left(\frac{\sigma_{m,i}}{\sigma_{m-1,i}^A} \right), \quad \varepsilon_{t,i} = a_{t,i} \sigma_{m,i}$$

$$\text{e as constantes } C_{m,i} = \mu_{m,i} - \sum_{j=1}^{p_{m,i}} \phi_{t,j,i} \mu_{m-j,i} - \psi_{t,i} \mu_{m-1,i}^A$$

A abordagem proposta foi aplicada ao Programa Mensal de Operação e os resultados obtidos mostraram que a inclusão deste novo termo na equação de auto-regressão periódica – modelo PAR(p)-A melhorou, de fato, a memória do modelo PAR (p) original e conseguiu reproduzir com mais acurácia a auto-correlação anual lag-1 e também a função de auto-correlação mensal das afluências[17][18].

3. O algoritmo PDDE considerando o modelo PAR(p)-A

No modelo NEWAVE, o problema de planejamento da operação de longo/médio prazo (POLMP) é representado como um problema de programação linear estocástico multi-estágio. O objetivo original consiste em minimizar o valor esperado do custo de operação ao longo do horizonte de planejamento ($t=1$ a $t=T$, onde T pode variar de 5 a 30 anos com discretização mensal), conhecido o estado inicial do sistema, composto pelos níveis de armazenamentos no início do estágio t e pelas p_m afluições passadas às usinas hidroelétricas[1]. O custo de operação é constituído pelos custos de combustíveis e penalidades pelo não atendimento da demanda. As usinas hidroelétricas podem ser representadas individualmente (UHEs) ou agregadas em REEs. As afluições aos reservatórios de UHEs/REEs, variáveis estas incertas, são atualmente modeladas pelo modelo auto-regressivo periódico de ordem p - PAR(p) e um esquema de simulações Monte-Carlo é empregado para construir iterativamente a função de custo futuro multivariada de cada estágio do horizonte de planejamento. O conjunto de todas as funções de custo futuro constitui a política de operação do sistema[5].

Em estudos de planejamento da operação de longo/médio prazo do sistema interligado nacional, onde o horizonte típico considerado é de cinco anos discretizados em períodos mensais, caso se utilize 20 cenários hidrológicos em cada período, a árvore completa que representa as incertezas possui 20^{120} cenários, o que torna a resolução exata do problema na prática inviável computacionalmente. Por esta razão, emprega-se o algoritmo de PDDE, que ao invés de se percorrer todos os subproblemas da árvore de cenários, resolve apenas um subconjunto de cenários (sub-árvore), os quais são escolhidos da distribuição original da variável aleatória afluições às UHEs/REEs. Desta forma, viabiliza-se a obtenção da solução do problema POLMP com a acurácia necessária e tempo de processamento adequado para os processos de tomada de decisão.

A solução do problema de programação linear estocástico fornece uma estratégia que, para cada estágio do horizonte de planejamento, e dado o estado inicial do sistema no início do estágio, estabelece metas de geração para as usinas hidroelétricas, térmicas e intercâmbios energéticos entre os subsistemas. Essa estratégia de operação configura a política de operação do sistema. Uma vez que essa política de operação é calculada, a operação do sistema é simulada com 2.000 cenários de afluições sintéticas, com o objetivo de se obter índices probabilísticos de desempenho do sistema tais como o risco de déficit, valor esperado da energia não suprida, geração hidroelétrica e térmica, intercâmbios energéticos entre subsistemas e custos marginais de operação, assim como as respectivas distribuições de frequência.

Quando a função objetivo do problema de planejamento da operação de longo/médio prazo é a minimização do valor esperado do custo de operação, a política de operação calculada poderá levar a níveis de armazenamento inaceitáveis do ponto de vista do Operador do Sistema. Portanto, foi incorporado um mecanismo de aversão a risco que procura antecipar o despacho de usinas térmicas com o objetivo de evitar níveis de armazenamento inaceitáveis nos reservatórios de usinas hidroelétricas no futuro. Duas formulações foram implementadas no modelo NEWAVE, procurando aumentar a segurança do sistema a custos operacionais razoáveis: Valor Condicionado a um Dado Risco (CVaR) [24]-[24] e Superfície de Aversão a Risco (SAR) [27]-[27]. Neste relatório, por simplicidade, mas sem perda de qualidade e informação, a incorporação do modelo PAR(p)-A no

algoritmo de PDDE será descrita com base na formulação a valor esperado, sem considerar mecanismos de aversão a risco.

De uma forma compacta o problema POLMP pode ser formulado de uma forma recursiva por:

$$\begin{aligned} \min_{x_1} c_1 x_1 + E_{\xi_2} [\vartheta_2(x_1, \xi_2)] \\ \text{s. a. } g_1(x_1) = b_1 \\ x_1 \in X \end{aligned}$$

onde, de $t = 2, \dots, T$

$$\begin{aligned} \vartheta_t(x_{t-1}, \xi_t) = \min_{x_t} c_t x_t + E_{\xi_{t+1} | \xi_t, \dots, \xi_{t+1-p}} [\vartheta_{t+1}(x_t, \xi_{t+1})] \\ \text{s. a. } g_t(x_t) = b_t(x_{t-1}, \xi_{t-j}, j=1, \dots, p) \\ x_t \in X \end{aligned}$$

(8)

As variáveis de decisão no vetor x_t englobam os níveis de armazenamento nos REEs ou reservatórios de usinas hidroelétricas x_t^v , e as gerações hidroelétricas x_t^{gh} e térmicas x_t^{gt} . A incerteza nas afluências é representada pelo vetor de ruídos ξ_t [21][16].

3.1 Estratégia de Solução do problema POLMP

Dado que não é possível percorrer a árvore completa de cenários de afluências, o algoritmo de PDDE – que é uma versão amostral da decomposição de Benders aninhada [32] – é aplicado para resolver o problema. A estratégia de solução consiste em percorrer uma sub-árvore de cenários de afluências, que é escolhida da distribuição original da variável aleatória, iterativamente através de duas simulações:

- Simulação *forward*, do estágio $t=1$ até $t=T$ percorrendo toda a sub-árvore (totalizando $nsim$ cenários), com a finalidade de gerar novos estados $\hat{x}^t := \{\hat{x}_t^v, \hat{\xi}_{t-p}, p = 1, \dots, P\}$ para os quais a função de custo futuro será avaliada e novos cortes de Benders construídos na próxima recursão *backward*. A partir de 2018, o modelo NEWAVE passou a empregar a reamostragem de cenários, que consiste em empregar ao longo do processo iterativo da PDDE, outras sub-árvores utilizadas durante a simulação *forward* de maneira a permitir que uma parcela ainda mais representativa da árvore completa de cenários seja visitada [31][32];
- Recursão *backward*, do estágio $t=T$ até $t=1$, os cortes de Benders que compõem a função de custo futuro são construídos para todos os nós da sub-árvore resultantes da última simulação *forward*. *nleq* problemas relacionados a possíveis realizações da variável aleatória do estágio t são resolvidos para cada um dos nós da sub-árvore. As variáveis duais associadas a esses subproblemas de programação linear são utilizadas para construir um corte de Benders (conjunto de restrições lineares multivariadas que representam a função de custo futuro), produzindo uma limite inferior do custo total esperado de operação em todo o horizonte de estudo (ZINF) no valor do estado associado ao nó da sub-árvore em questão $\hat{x}_{t-1,s}$

O subproblema em cada nó da sub-árvore (t,s) no estágio t e cenário *forward* s , e cenário *backward* w (LSP) está ilustrado de forma simplificada em (9).

$$\min \vartheta_{t,s,\omega} = \vartheta_t(x_{t,s,\omega}, \xi_{t,\omega}) = c_t x_{t,s,\omega}^{gt} + \left(\frac{1}{1+\beta} \right) \alpha^t (x_{t,s,\omega}^v, \xi_{t-p,\omega}, p = 0, \dots, p_m - 1) \quad (9a)$$

$$s. a. x_{t,s,\omega}^{gt} + x_{t,s,\omega}^{gh} = d_t \quad (9b)$$

$$x_{t,s,\omega}^v - x_{t-1,s,\omega}^v + x_{t,s,\omega}^q = \xi_{t,\omega}, \quad (9c)$$

$$\underline{x}_t \leq x_{t,s,\omega} \leq \overline{x}_t \quad (9d)$$

A função objetivo (9a) do LSP compreende os custos de geração térmica e aqueles associados a cortes de carga, onde β é a taxa de desconto e α representa a função de custo futuro. As principais restrições são o atendimento a demanda de energia em cada patamar de carga (9b) e as equações do balanço hídrico nos reservatórios (9c) a cada estágio e para todos os k subsistemas nos quais o sistema está representado. Outras restrições que são representadas na modelagem do problema LSP e que não aparecem em (9), para efeito de simplificação, são: geração hidráulica mínima e máxima para cada UHE/REE e por patamar de carga; perdas a fio d'água para cada REE; limites de armazenamento em cada UHE/REE; armazenamento mínimo operativo em cada REE; retirada/acrécimo de água para outros usos em cada UHE/REE; deplecionamento mínimo para cada UHE/REE; limite máximo de geração de cada usina térmica; limite mínimo de intercâmbio entre os subsistemas por patamar de carga; fluxo nas interligações de um subsistema que não tem carga e nem geração associada; agrupamento de intercâmbio em cada patamar de carga; geração térmica antecipada em cada patamar de carga; função de produção hidroelétrica por UHE e patamar de carga; turbinamento máximo para cada UHE e patamar de carga. Em particular, na representação a reservatório equivalente de energia duas equações são utilizadas para representar o balanço hídrico: o balanço hídrico controlável e a fio d'água.

Por fim, adiciona-se ao conjunto de restrições, aquelas que representam a função de custo futuro (conjunto de cortes de Benders), construídas a partir das variáveis duais associadas aos sub-problemas de programação linear, na forma de (10).

$$\vartheta_{t-1}(x_{t-1}) \geq \sum_{\omega=1, \dots, nleq} p_{\omega} [z^{t,s,\omega*} + \langle \pi^{t,s,\omega*}(\hat{x}_{t-1,s}), x_{t-1} - \hat{x}_{t-1,s} \rangle] \quad (10)$$

onde p_{ω} é a probabilidade condicional do cenário *backward* ω , $z^{t,s,\omega*}$ é o valor ótimo e $\pi^{t,s,\omega*}(\cdot) = \partial z^{t,s,\omega*} / \partial x_{t-1}(\cdot)$ é o vetor de derivadas parciais da função objetivo em relação ao estado do sistema no cenário *forward* s .

A Figura 3.1 - Diagrama esquemático da recursão *backward* do algoritmo de PDDE. ilustra uma recursão *backward* do algoritmo de PDDE implementado no modelo NEWAVE. Em cada estágio t , e para cada estado s (composto pelos níveis de armazenamento e aflúncias passadas em cada UHE/REE, $s = 1, \dots, nsim$), $nleq$ cenários de aflúncias são empregados para construir um corte de Benders médio. Os $nsim$ cortes de Benders médios são incorporados à função de custo futuro do estágio t construída iterativamente e que será considerada em cada um dos problemas de despacho de operação no estágio $t-1$.

A Figura 3.2 ilustra uma simulação *forward* do algoritmo de PDDE. Em cada estágio t , $nsim$ simulações *forward* da operação do sistema são realizadas a fim de se obter novos valores para a variável de estado níveis de armazenamento nos REEs.

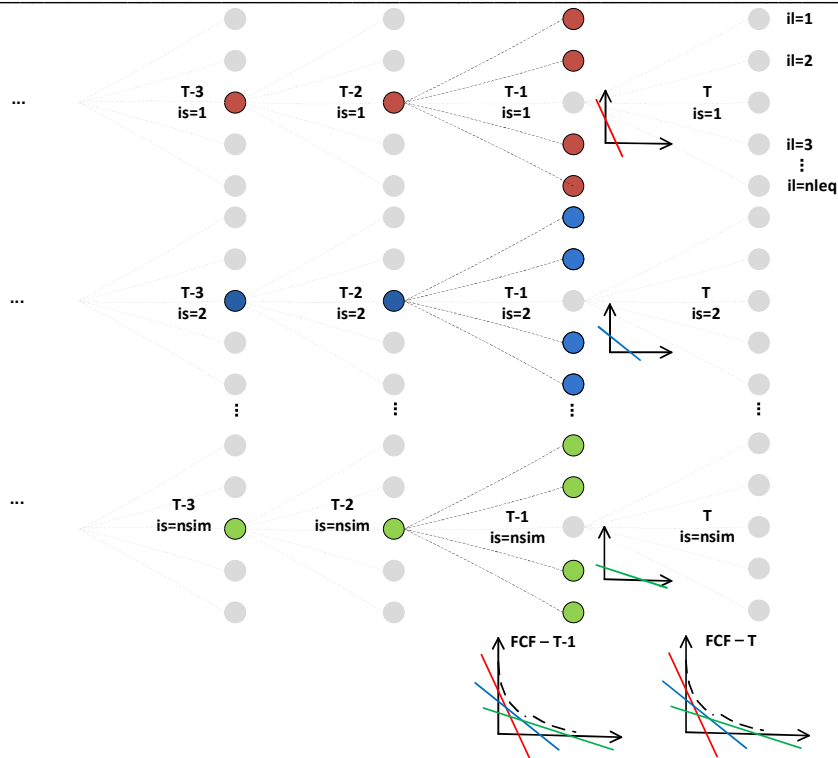


Figura 3.1 - Diagrama esquemático da recursão *backward* do algoritmo de PDDE.

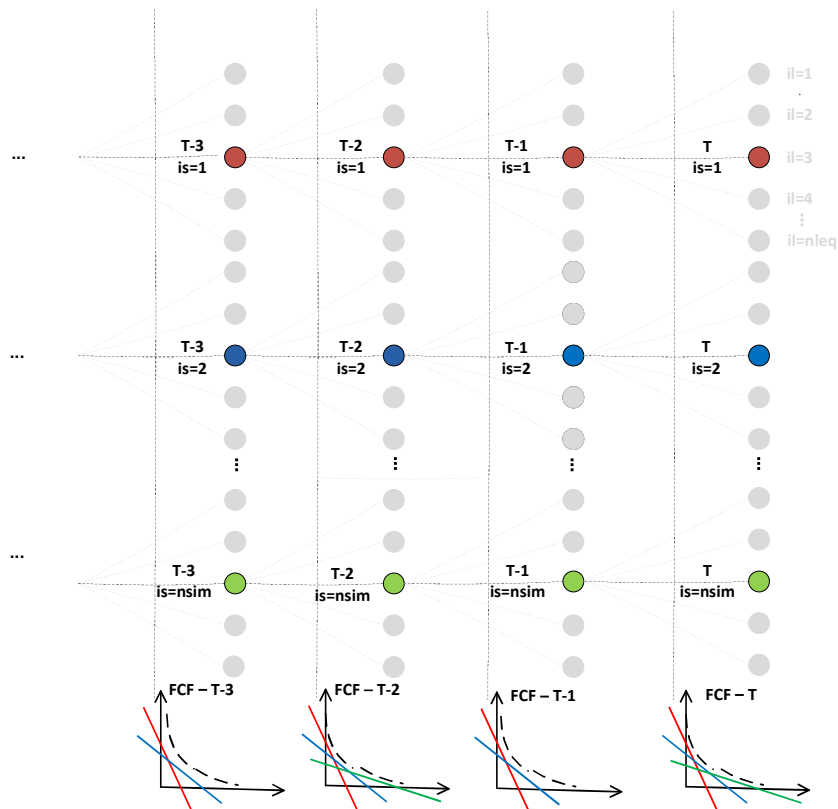


Figura 3.2 - Diagrama esquemático da simulação *forward* do algoritmo de PDDE.

3.2 Construção dos Cortes de Benders considerando a modelo PAR(p)-A

Para a construção dos cortes de Benders do algoritmo de PDDE, será considerada a representação do sistema hidroelétrico a reservatórios equivalentes de energia, sem perda de generalidade quando da representação a usinas individualizadas.

Reescrevendo a equação (7) de forma a agrupar os termos comuns da equação do modelo PAR(p)-A, obtém-se:

$$ENA_{t,i} = \sum_{j=1}^{p_m} \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) ENA_{t-j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} X_{t-1,i} + \varepsilon_{t,i} + C_{m,i} \quad (11)$$

onde X_{t-1} representa a soma das afluências passadas de $ENA_{t-(p_m+1)}$ até ENA_{t-12} , presentes no componente anual A_{t-1} , mas não inseridas no conjunto de afluências passadas de ordem p_m .

Dessa forma, as variáveis de estado do algoritmo de PDDE são o nível de armazenamento dos reservatórios no início do estágio, as p_m afluências passadas e a variável X_{t-1} .

Como o objetivo deste relatório é descrever a construção da parcela do corte de Benders relativa às variáveis de estado que descrevem a tendência hidrológica quando se emprega o modelo PAR(p)-A, o problema (9), em cada estágio t e cenário *forward* s , e cenário *backward* w , será reescrito detalhando-se apenas as equações em que essas variáveis de estado aparecem de forma explícita, dado pelo problema (12). Também, por simplificação, serão omitidos os subscritos s e w .

O glossário das variáveis encontra-se no Anexo 1.

Função Objetivo

$$z_t = \min \sum_{k=1}^{NSBM} \left(\sum_{c=1}^{NPMC} \left(\sum_{iclt=1|LAG_{iclt}=0}^{NCLT_k} cterm_{t,iclt} \cdot GT_{t,iclt,c} \right) \right) + \sum_{k=1}^{NSBM} \left(\sum_{c=1}^{NPMC} \left(\sum_{ilag=1}^{LAGMAX} \sum_{iclt=1|LAG_{iclt}=ilag}^{NCLT_k} \left(\frac{1}{1+\beta} \right)^{ilag} \cdot cterm_{t+ilag,iclt} \cdot GT_{t+ilag,iclt,c} + \sum_{idef=1}^{NPDF} cdef_{t,k,idef} \cdot DEF_{t,k} \right) \right) + \sum_{i=1}^{NREE} \left(\sum_{c=1}^{NPMC} p^{GHMIN} \cdot \delta_{t,i,c}^{GHMIN} + pen^{EARM} \cdot \delta_{t,i}^{EARM} + pen^{DESV} \cdot (\delta_{t,i}^{DSVC} + \delta_{t,i}^{DSVF}) + pen_1^{EVMIN} \cdot \delta_{t,i,1}^{EVMIN} + pen_2^{EVMIN} \cdot \delta_{t,i,2}^{EVMIN} + \sum_{c=1}^{NPMC} \sum_{ko=1}^{NNSBM} \sum_{kd=1}^{NNSBM} pen^{INTMIN} \cdot \delta_{t,ko,kd,c}^{INTMIN} + \frac{1}{1+\beta} \cdot \alpha_{t+1} \right) \quad (12a)$$

Equação de atendimento à demanda em cada subsistema k , para cada patamar de carga c , por estágio t (12.b)

Equação de balanço hídrico controlável por estágio t para cada REE i (12.c)

$$\begin{aligned}
 EARM_{t+1,i} + \sum_{c=1}^{NPMC} GHC_{t,i,c} + EVERT_{t,i} + DSV C_{t,i} \\
 = fdin_{t,i} \cdot earm_{t,i} + FC_{t,i}(earm_{t,i}) \cdot \gamma_{t,i} \cdot ENA_{t,i} \\
 + \sum_{n=1}^{MONT^i} \left[b_{t,n}^{ACPL} \cdot \left(\sum_{c=1}^{NPMC} GHC_{t,n,c} + EVERT_{t,n} \right) - bvm_{t,n}^{ACPL} \cdot EVM_{t,n} \right] - evap_{t,i}(earm_{t,i}) \\
 - avm_{t,i}^{ACPL} \cdot EVM_{t,i}
 \end{aligned}$$

Equação de balanço hídrico a fio d'água por estágio t para cada REE i (12.d)

$$\begin{aligned}
 GFIO_{t,i} + PFIO_{t,i} + d_{t,i}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,i,c} + \sum_{n=1}^{MONT^i} e_{t,n}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,n,c} \\
 = (1 - \gamma_{t,i}) \cdot ENA_{t,i} + \sum_{n=1}^{MONT^i} \left[c_{t,n}^{ACPL} \cdot \left(\sum_{c=1}^{NPMC} GHC_{t,n,c} + EVERT_{t,n} \right) - cvm_{t,n}^{ACPL} \cdot EVM_{t,n} \right]
 \end{aligned}$$

Perdas a fio d'água por estágio t para cada REE i (12.e)

$$\begin{aligned}
 PFIO_{t,i} \geq a_{t,i,1}^{MARS} \cdot \left((1 - \gamma_{t,i}) \cdot ENA_{t,i} + \sum_{n=1}^{MONT^i} c_{t,n}^{ACPL} \cdot \left(\sum_{c=1}^{NPMC} GHC_{t,n,c} + EVERT_{t,n} \right) - d_{t,i}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,i,c} \right. \\
 \left. - \sum_{n=1}^{MONT^i} [e_{t,n}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,n,c} + cvm_{t,n}^{ACPL} \cdot EVM_{t,n}] \right) + b_{t,i,1}^{MARS}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 PFIO_{t,i} \geq a_{t,i,2}^{MARS} \cdot \left((1 - \gamma_{t,i}) \cdot ENA_{t,i} + \sum_{n=1}^{MONT^i} c_{t,n}^{ACPL} \cdot \left(\sum_{c=1}^{NPMC} GHC_{t,n,c} + EVERT_{t,n} \right) - d_{t,i}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,i,c} \right. \\
 \left. - \sum_{n=1}^{MONT^i} [e_{t,n}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,n,c} + cvm_{t,n}^{ACPL} \cdot EVM_{t,n}] \right) + b_{t,i,2}^{MARS}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 PFIO_{t,i} \geq a_{t,i,3}^{MARS} \cdot \left((1 - \gamma_{t,i}) \cdot ENA_{t,i} + \sum_{n=1}^{MONT^i} c_{t,n}^{ACPL} \cdot \left(\sum_{c=1}^{NPMC} GHC_{t,n,c} + EVERT_{t,n} \right) - d_{t,i}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,i,c} \right. \\
 \left. - \sum_{n=1}^{MONT^i} [e_{t,n}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,n,c} + cvm_{t,n}^{ACPL} \cdot EVM_{t,n}] \right) + b_{t,i,3}^{MARS}
 \end{aligned}$$

$$PFIO_{t,i} \geq 0$$

Geração hidráulica mínima por estágio t para cada REE i e patamar de carga (12.f)

c

Geração hidráulica máxima por estágio t para cada REE i e patamar de (12.g)

carga c

Limites de armazenamento de cada reservatório equivalente i, por estágio t (12.h)

Armazenamento mínimo operativo de cada reservatório equivalente i, por (12i)

estágio t

Máxima violação do armazenamento mínimo operativo até o estágio t (12.j)

Retirada/Acréscimo de água para outros usos por estágio t para cada REE i (12.k)

Deplecionamento mínimo por estágio t para cada REE i (12.l)

Limite máximo de geração de cada usina térmica j , por estágio t (12.m)

Fluxo nas interligações do subsistema i que não tem carga e nem usinas, (12.n)

por estágio t

Limite mínimo de intercâmbio entre os subsistemas i e j por estágio t e patamar de carga c (12.o)

Agrupamento de intercâmbio por estágio t em cada patamar de carga c (12.p)

Somatório da geração térmica antecipada por estágio t em cada patamar de (12.q)

carga c

Cortes de Benders $icor = 1, \dots$ (Função de custo futuro) (12.r)

$$\alpha_{t+1} \geq W^{icor} + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_{EARM}^{i,icor})_{t+1} \cdot EARM_{t+1,i} + (\pi_{ENA1}^{i,icor})_{t+1} \cdot ENA_{t,i} + \dots + (\pi_{ENAp}^{i,icor})_{t+1} \cdot ENA_{t-p_m+1,i} \\ + \sum_{l=1}^{LAGMAX} \sum_{k=1}^{NSBM} \sum_{c=1}^{NPMC} ((\pi_{GNL}^{k,c,icor})_{t+l} \cdot SGT_{t+l,k,c}) + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_{MX}^{i,icor})_{t+1} \cdot MX_{t,i} \\ + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_X^{i,icor})_{t+1} \cdot X_{t,i}$$

Da solução do problema (12) em cada uma das séries *backward w*, condicionadas ao cenário *forward s*, os multiplicadores de Lagrange listados abaixo são empregados para construir a componente do corte de Benders relativa às afluições passadas.

Multiplicador de Lagrange	Restrição
$\lambda_{t,i}^{BH}$	12.c
$\lambda_{t,i}^{BHf}$	12.d
$\lambda_{t,i,r}^{VERTf}$	12.e
$\lambda_{t,icor}^{corte}$	12.r

No estágio $t=T$, a função de custo futuro (12.q) é nula, não existindo cortes de Benders. Ainda neste estágio, as derivadas parciais da função objetivo em relação às energias afluentes passadas $ENA_{t-j,i}$ para $j = 1, \dots, p_m$ em do REE i , são dadas por:

$$\frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-j,i}} = \frac{\partial FO_t}{\partial BH_{t,i}} * \frac{\partial BH_{t,i}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \frac{\partial FO_t}{\partial BHf_{t,i}} * \frac{\partial BHf_{t,i}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \sum_{r=1}^3 \frac{\partial FO_t}{\partial PERDA_{t,i,r}} * \frac{\partial PERDA_{t,i,r}}{\partial ENA_{t-j,i}} \quad (13)$$

Considerando a equação (11), substituindo $ENA_{t,i}$ em (12.c, 12.d e 12.e) pelo lado direito de (1), e calculando as derivadas parciais, de $j=1$ a p_m tem-se:

$$\frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-j,i}} = \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \\ \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} \quad (14)$$

E, portanto, para o reservatório i e cenário *forward* s e cenário *backward* w , o coeficiente do corte de Benders associado à cada uma das p_m energias afluentes mensais nos períodos passados é dado por:

$$(\pi_{ENA1}^{i,s})_t = \frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-1,i}} \quad (15a)$$

...

$$(\pi_{ENAp_m}^{i,s})_t = \frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-p_m,i}} \quad (15b)$$

Por sua vez, ainda no estágio $t=T$, a derivada da função objetivo em função da variável explicativa $X_{t-1,i}$ do REE i , é dada por:

$$\frac{\partial FO_t}{\partial X_{t-1,i}} = \frac{\partial FO_t}{\partial BH_{t,i}} * \frac{\partial BH_{t,i}}{\partial X_{t-1,i}} + \frac{\partial FO_t}{\partial BHf_{t,i}} * \frac{\partial BHf_{t,i}}{\partial X_{t-1,i}} + \sum_{r=1}^3 \frac{\partial FO_t}{\partial PERDA_{t,i,r}} * \frac{\partial PERDA_{t,i,r}}{\partial X_{t-1,i}} \quad (16)$$

Substituindo $ENA_{t,i}$ em (12.c, 12.d e 12.e) pelo lado direito de (1) e calculando as derivadas parciais chega-se a:

$$\frac{\partial FO_t}{\partial X_{t-1,i}} = \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \frac{\psi_{t,i}}{12} * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \frac{\psi_{t,i}}{12} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \frac{\psi_{t,i}}{12} * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} \quad (17)$$

E, portanto, para o reservatório i e cenário *forward* s e cenário *backward* w , o coeficiente do corte de Benders associado à variável explicativa X_{t-1} é dado por:

$$(\pi_X^{i,s})_t = \frac{\partial FO_t}{\partial X_{t-1,i}} \quad (18)$$

Em um estágio t qualquer, todas as restrições do problema (11) estão presentes e a derivada parcial da função objetivo em relação a energia afluente passada $ENA_{t-j,i}$ para $j = 1, \dots, p_m$ do REE i , é dada por:

$$\frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-j,i}} = \frac{\partial FO_t}{\partial BH_{t,i}} * \frac{\partial BH_{t,i}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \frac{\partial FO_t}{\partial BHf_{t,i}} * \frac{\partial BHf_{t,i}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \sum_{r=1}^3 \frac{\partial FO_t}{\partial PERDA_{t,i,r}} * \frac{\partial PERDA_{t,i,r}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \frac{\partial FO_t}{\partial CORTE_{t+1,icor}} * \frac{\partial CORTE_{t+1,icor}}{\partial ENA_{t-j,i}} \quad (19)$$

Substituindo $ENA_{t,i}$ em (12.c, 12.d e 12.e) pelo lado direito de (1) e calculando as derivadas parciais, de $j=1$ a (p_m-1) tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-j,i}} = & \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \\ & \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \lambda_{t,icor}^{corte} * \left[\left(\left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \left(\pi_{ENA_{t,i}}^{icor} \right)_{t+1} \right) + \left(\pi_{ENA_{t-j,i}}^{icor} \right)_{t+1} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

Já para $j=p_m$ tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-p_m,i}} = & \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} \\ & + \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \end{aligned}$$

$$\sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \lambda_{t,icor}^{corte} * \left[\left(\left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \left(\pi_{ENA_{t,i}}^{jicor} \right)_{t+1} \right) \right] \quad (21)$$

E, portanto, para o REE i e cenário *forward* s , e cenário *backward* w , o coeficiente do corte de Benders associado à cada uma das p_m energias afluentes mensais nos períodos passados é dado por:

$$\left(\pi_{ENA1}^{i,s} \right)_t = \frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-1,i}} \quad (22a)$$

...

$$\left(\pi_{ENAp_m}^{i,s} \right)_t = \frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-p_m,i}} \quad (22b)$$

Por sua vez, em um estágio t qualquer, a derivada da função objetivo em função da variável explicativa $X_{t-1,i}$ do REE i , é dada por:

$$\frac{\partial FO_t}{\partial X_{t-1,i}} = \frac{\partial FO_t}{\partial BH_{t,i}} * \frac{\partial BH_{t,i}}{\partial X_{t-1,i}} + \frac{\partial FO_t}{\partial BHf_{t,i}} * \frac{\partial BHf_{t,i}}{\partial X_{t-1,i}} + \sum_{r=1}^3 \frac{\partial FO_t}{\partial PERDAF_{t,i,r}} * \frac{\partial PERDAF_{t,i,r}}{\partial X_{t-1,i}} + \sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \frac{\partial FO_t}{\partial CORTE_{t+1,icor}} * \frac{\partial CORTE_{t+1,icor}}{\partial X_{t-1,i}} \quad (23)$$

Substituindo $ENA_{t,i}$ em (12.c, 12.d e 12.e) pelo lado direito de (1) e calculando as derivadas parciais chega-se a:

$$\frac{\partial FO_t}{\partial X_{t-1,i}} = \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \frac{\psi_{t,i}}{12} * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \frac{\psi_{t,i}}{12} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \frac{\psi_{t,i}}{12} * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \lambda_{t,icor}^{corte} * \left[\left(\frac{\psi_{t,i}}{12} * \left(\pi_{ENA_{t,i}}^{icor} \right)_{t+1} \right) \right] \quad (24)$$

Assim, para o REE i e cenário *forward* s e cenário *backward* w , o coeficiente do corte de Benders associado à variável X_{t-1} é dada por:

$$\left(\pi_X^{i,s} \right)_t = \frac{\partial FO_t}{\partial X_{t-1,i}}$$

Esses resultados são obtidos para cada uma das séries *backward* condicionadas a um cenário *forward*. O próximo passo é calcular a média (aritmética simples - no caso da amostragem aleatória simples, ou média ponderada caso - no caso da amostragem seletiva) dos coeficientes obtidos nas n_{leg} séries *backward* relativos a cada uma das variáveis de estado, dando origem a um corte de Benders, dado por (24) e ilustrado pelas Figuras 3.1 e 3.2.

$$\alpha_t \geq W^{icor} + \sum_{i=1}^{NREE} \left(\pi_{EARM}^{i,icor} \right)_t \cdot EARM_{t,i} + \left(\pi_{ENA1}^{i,icor} \right)_t \cdot ENA_{t-1,i} + \dots + \left(\pi_{ENAp_m}^{i,icor} \right)_t \cdot ENA_{t-p_m,i} + \sum_{l=1}^{LAGMAX} \sum_{m=1}^{NSBM} \sum_{c=1}^{NPMC} \left(\pi_{GNL}^{m,c,icor} \right)_t \cdot SGT_{t,m,c} + \sum_{i=1}^{NREE} \left(\pi_{MX}^{i,icor} \right)_t \cdot MX_{t-1,i} + \sum_{i=1}^{NREE} \left(\pi_X^{i,icor} \right)_t \cdot X_{t-1,i} \quad (25)$$

Este processo é repetido para cada um dos cenários *forward*, dando origem a n_{sim} cortes de Benders que serão adicionados ao problema de POLMP do estágio $t-1$, apresentando a forma (12r).

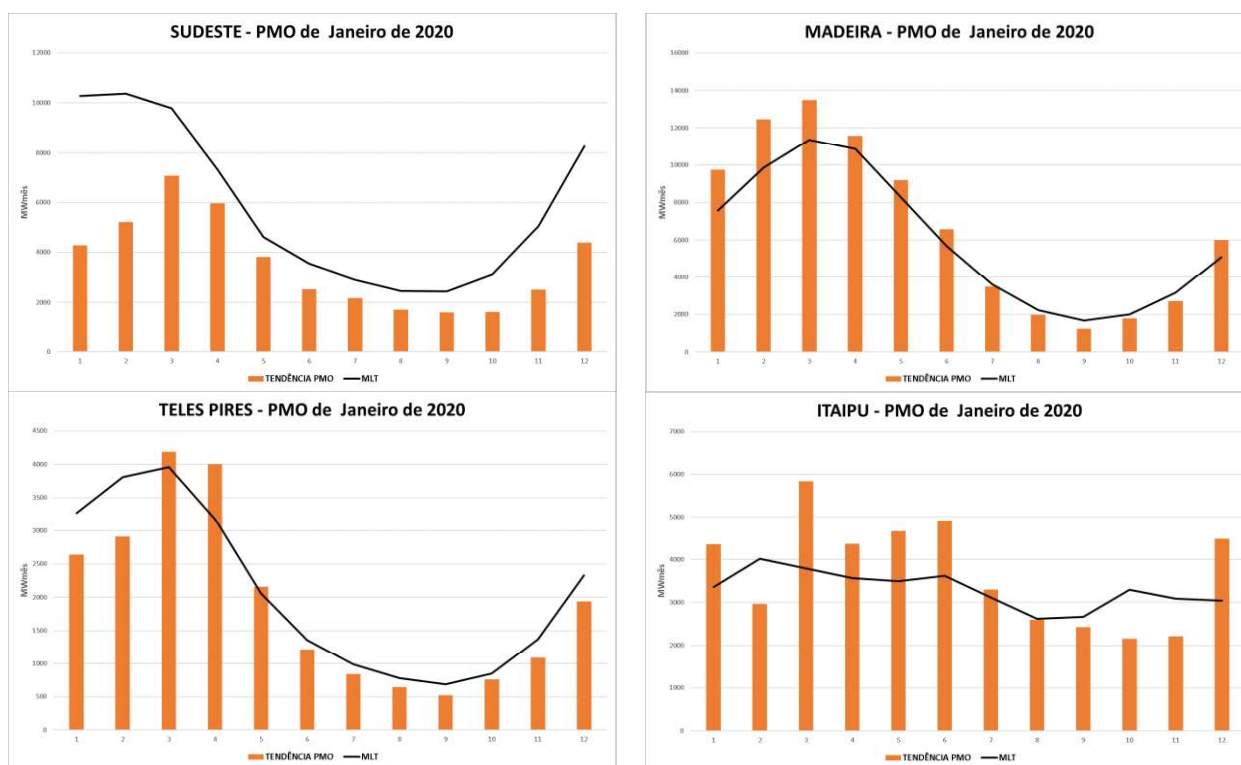
4. DESEMPENHO DA METODOLOGIA NA OPERAÇÃO DE LONGO/MÉDIO PRAZO

Nessa seção são apresentados os resultados da aplicação do modelo PAR(p)-A em uma configuração oficial do sistema interligado brasileiro, o PMO de janeiro de 2020. Para essa configuração são analisados os efeitos da utilização do modelo PAR(p)-A comparativamente à abordagem tradicional pelo modelo PAR(p).

4.1 Descrição dos Casos

Para avaliação do impacto da utilização do modelo PAR(p)-A foram realizadas simulações com o PMO de janeiro de 2020 utilizando tanto o modelo PAR(p) (pmo-2020-01) como a sua extensão, o modelo PAR(p)-A (pmo-2020-01-a12).

A Figura 4.1 apresenta, para cada um dos 12 REEs adotados em estudos oficiais de despacho e formação do preço *spot*, as tendências hidrológicas utilizadas no PMO de janeiro de 2020 e a média de longo termo (MLT) das energias afluentes mensais.



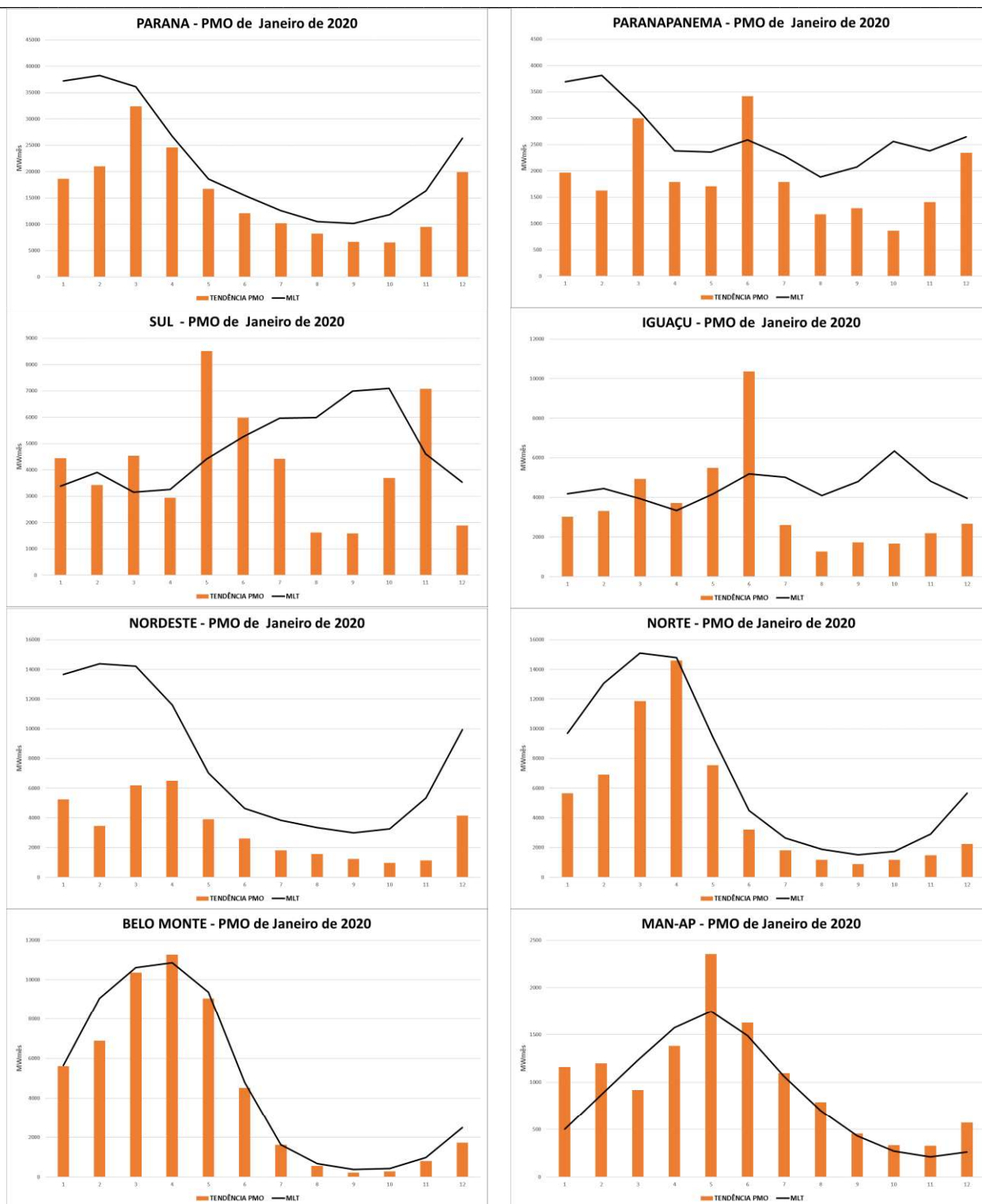
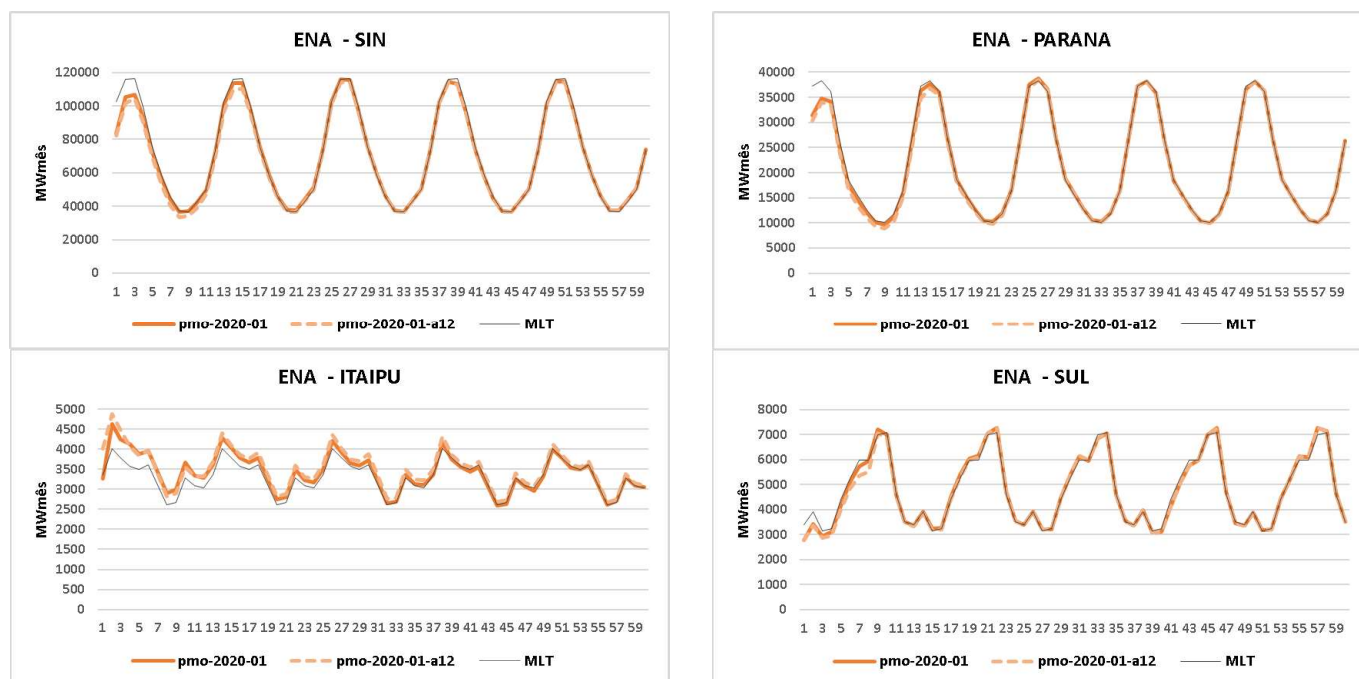


Figura 4.1 - MLT das energias afluentes e tendências hidrológicas utilizadas no PMO de janeiro de 2020, para cada REE.

4.2 Análise dos resultados com os modelos PAR(p)-A e PAR(p)

Apresenta-se a seguir uma análise estatística dos resultados obtidos para algumas variáveis de interesse, a partir da simulação final do modelo NEWAVE, considerando a modelagem PAR(p)-A e PAR(p). São mostradas a comparação dos resultados das simulações em relação às seguintes variáveis: ENA, EARMF, COPER, CMO, GTERM, DEFT, GHTOT, VERTOT.

Inicialmente, apresenta-se na Figura 4.2, a evolução da média das energias naturais afluentes (ENAs) ao SIN e também aos REEs Paraná, Itaipu, Sul, Norte e Nordeste ao longo do período de planejamento, obtidas por meio da simulação com 2.000 séries sintéticas de energias afluentes. Constata-se que no caso com o emprego do modelo PAR(p)-A há, em geral, uma redução do “otimismo” no processo de geração das ENAS em relação ao modelo PAR(p) tradicional, conforme verificado no SIN, nos REEs Paraná e Sul, e sobretudo no REE Nordeste. Por outro lado, as ENAs geradas pelo modelo PAR(p)-A para o REE Itaipu são superiores àquelas produzidas pelo modelo PAR(p), especialmente nos meses iniciais. Verifica-se ainda que, quando se utiliza o modelo PAR(p), no caso do REE Nordeste, a média das ENAS geradas retorna à média histórica (MLT) em aproximadamente 16 meses enquanto na modelagem PAR(p)-A o retorno à MLT somente ocorre no em 33 meses, evidenciando a sua capacidade em estender a memória da tendência hidrológica.



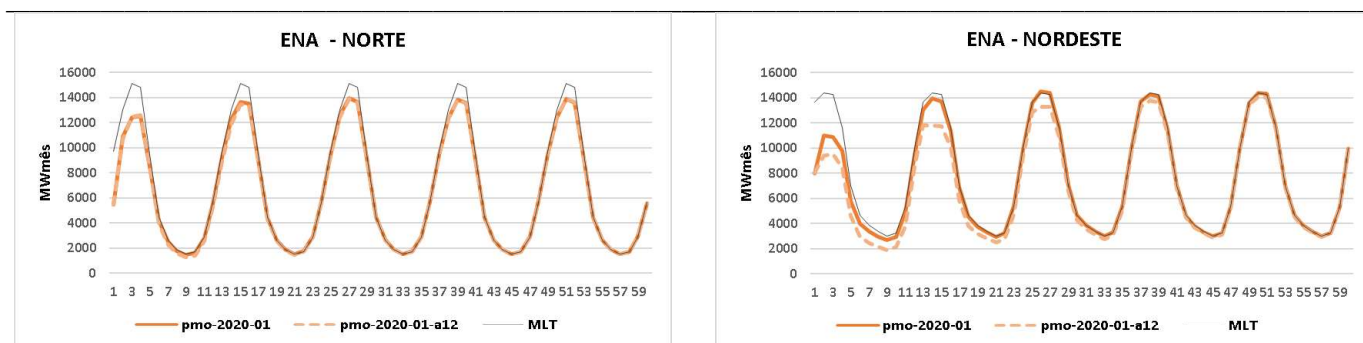


Figura 4.2 - ENA média ao longo do período de planejamento (simulação final com séries sintéticas).

A Figura 4.3 ilustra os valores obtidos para o custo de operação (COPER) ao longo de todo o horizonte de planejamento, tanto para a simulação final com séries sintéticas quanto com séries históricas. Observa-se que a utilização da modelagem PAR(p)-A acarreta um aumento de cerca de 55% e 18%, respectivamente, em relação à modelagem PAR(p). Este aumento é justificado pela obtenção de uma política operativa mais restritiva devido à diminuição das ENAs do SIN, nos períodos iniciais, durante o cálculo da função de custo futuro. Na simulação com séries sintéticas, estas também apresentam uma diminuição das ENAs geradas para o SIN, o que provoca um aumento adicional de geração térmica e conseqüente elevação dos custos de operação.

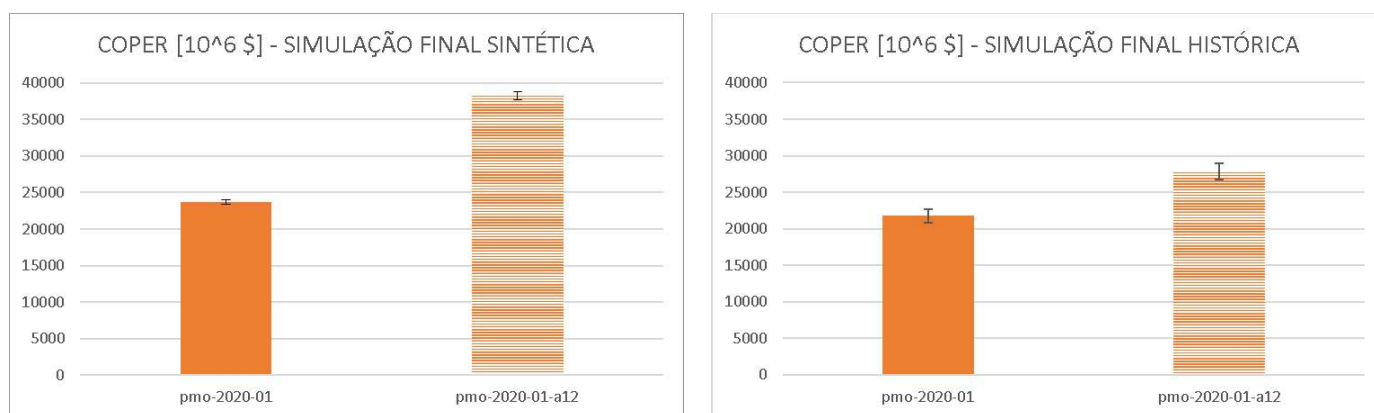


Figura 4.3 - Custo de Operação da Simulação final com séries sintéticas e históricas.

Da Figura 4.4 a Figura 4.7 são apresentadas, respectivamente, a evolução do valor esperado dos custos marginais de operação (CMOs) e da geração térmica média mensal ao longo do período de planejamento, para os quatro subsistemas da configuração.

Observa-se que os valores esperados das variáveis CMO e geração térmica apresentaram comportamentos muito semelhantes, permanecendo mais elevados por um número maior de períodos de tempo ao longo do horizonte de planejamento ao se utilizar o modelo PAR(p)-A no processo de geração dos cenários de ENAs.

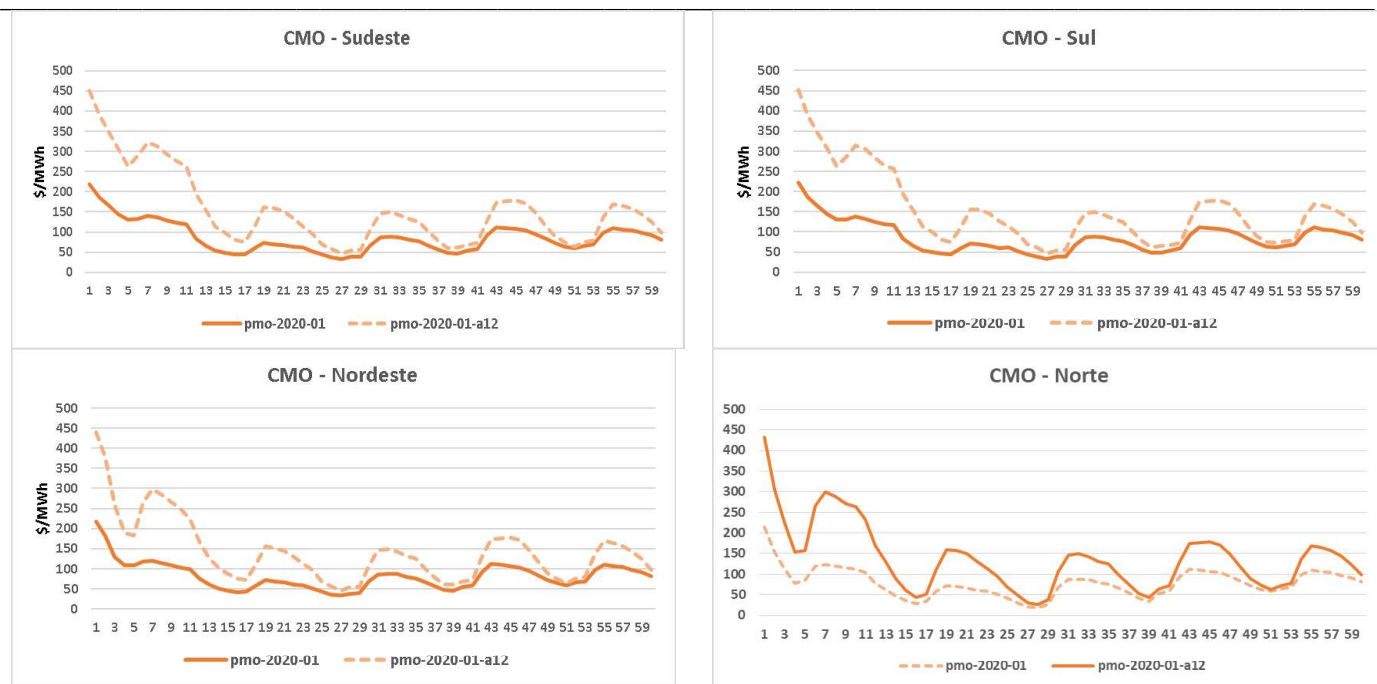


Figura 4.4 - Evolução dos CMOs médios ao longo do período de planejamento (simulação final com séries sintéticas).

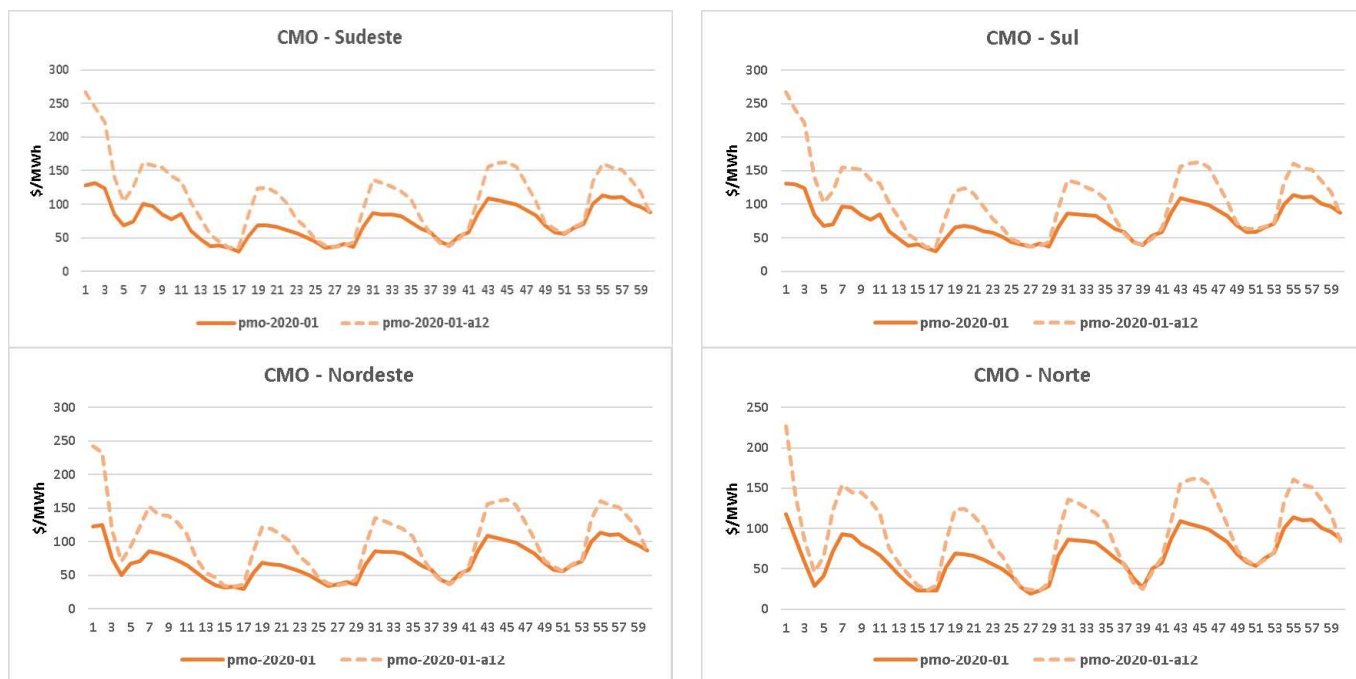


Figura 4.5 - Evolução dos CMOs médios ao longo do período de planejamento (simulação final com séries históricas).

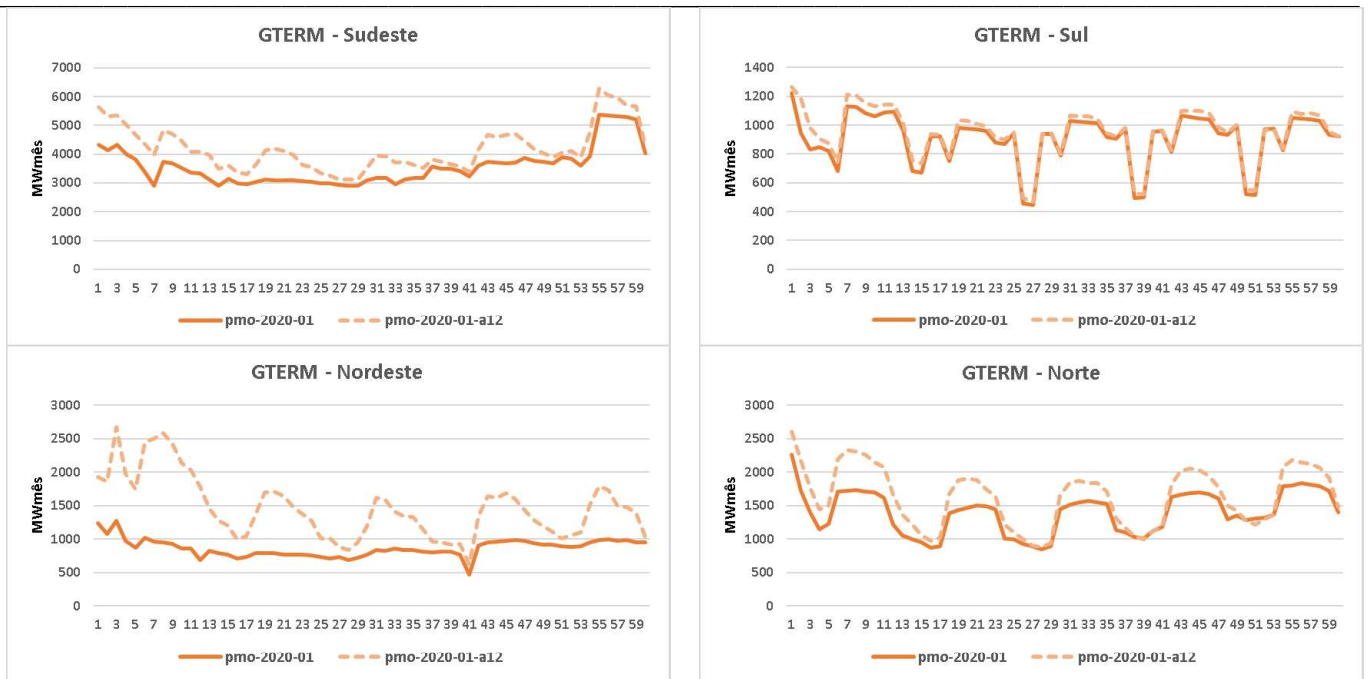


Figura 4.6 - Evolução da geração térmica média ao longo do período de planejamento (simulação final com séries sintéticas).

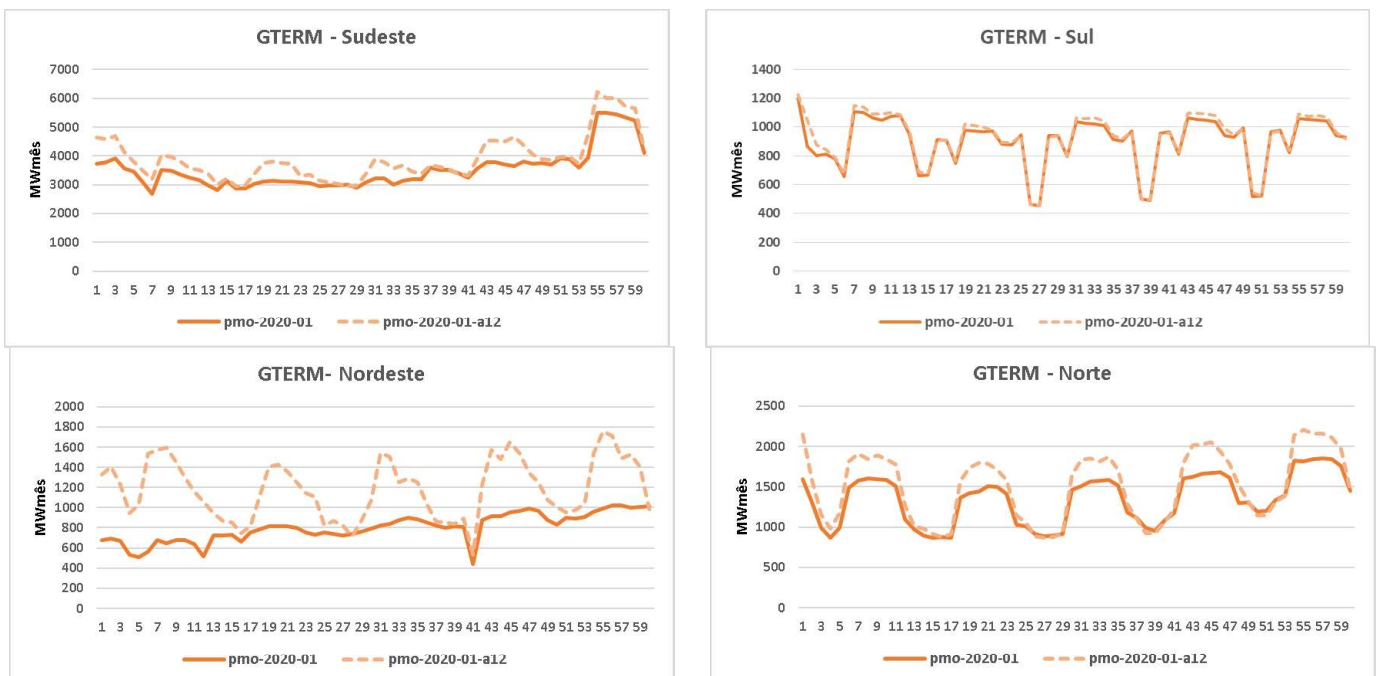


Figura 4.7 - Evolução da geração térmica média ao longo do período de planejamento (simulação final com séries históricas).

Na Figura 4.8 observa-se a evolução do valor esperado do déficit de energia ao longo do período de planejamento para os quatro subsistemas da configuração, que apresentou um comportamento semelhante ao dos CMOs, permanecendo mais elevados por mais períodos ao longo do horizonte de planejamento, quando se utiliza o modelo PAR(p)-A no processo de geração de cenário de ENA.

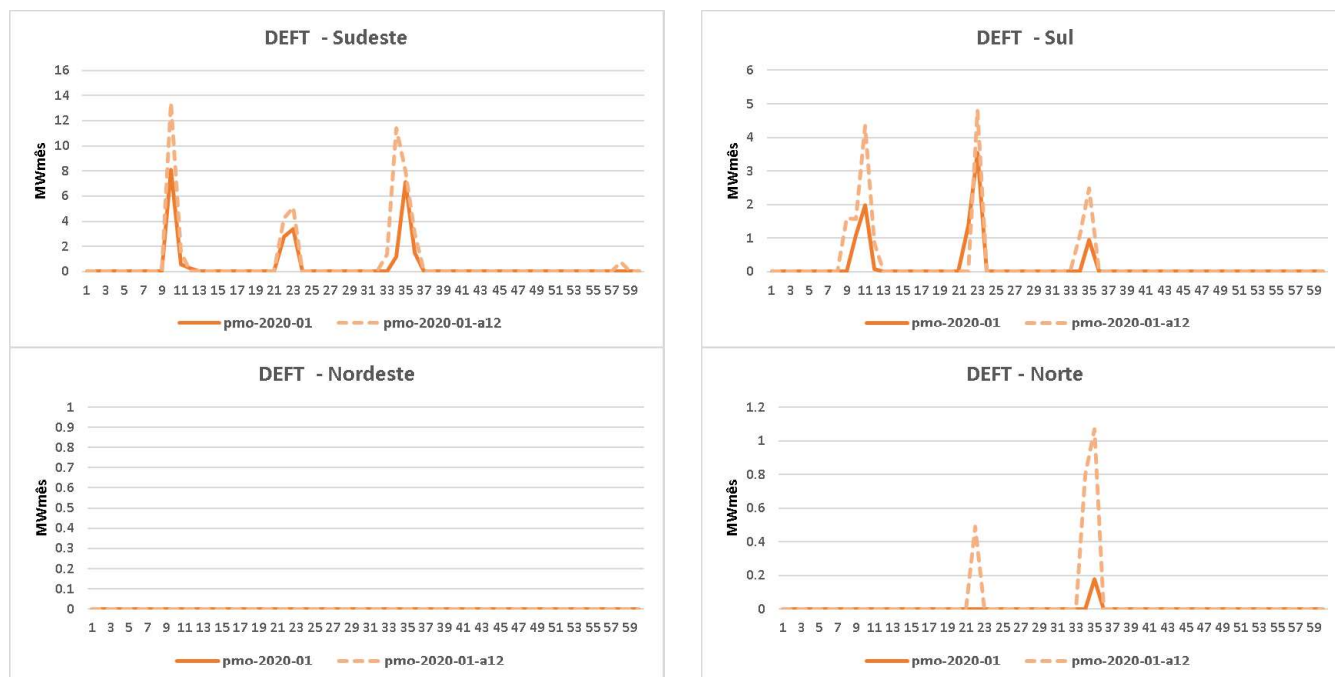
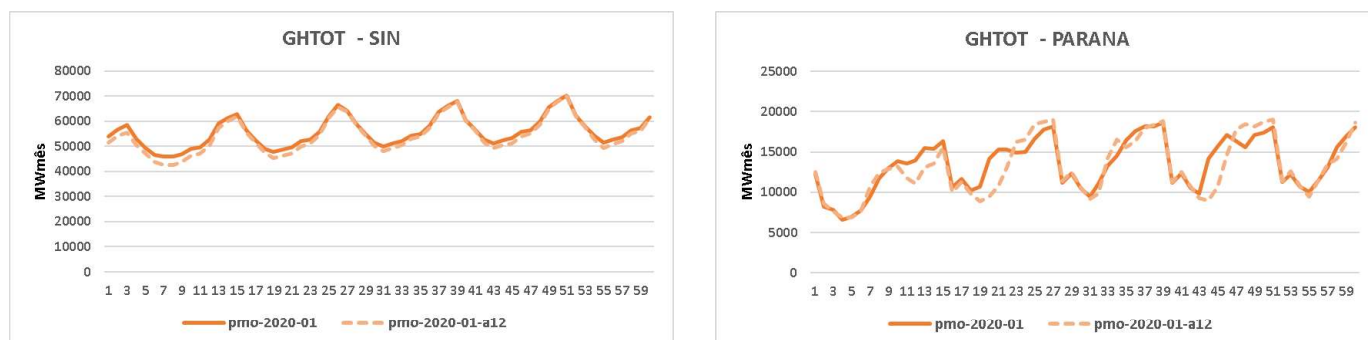


Figura 4.8 - Evolução do déficit médio ao longo do período de planejamento (Simulação final com séries sintéticas).

A Figura 4.9 ilustra a evolução do valor esperado da geração hidráulica total ao longo do período de planejamento para os 12 REEs da configuração. Por sua vez, a Figura 4.10 apresenta a mesma variável, agora com a simulação utilizando séries históricas. Observa-se, em geral, uma redução da geração hidráulica total, a qual é compensada pelo aumento de geração térmica.



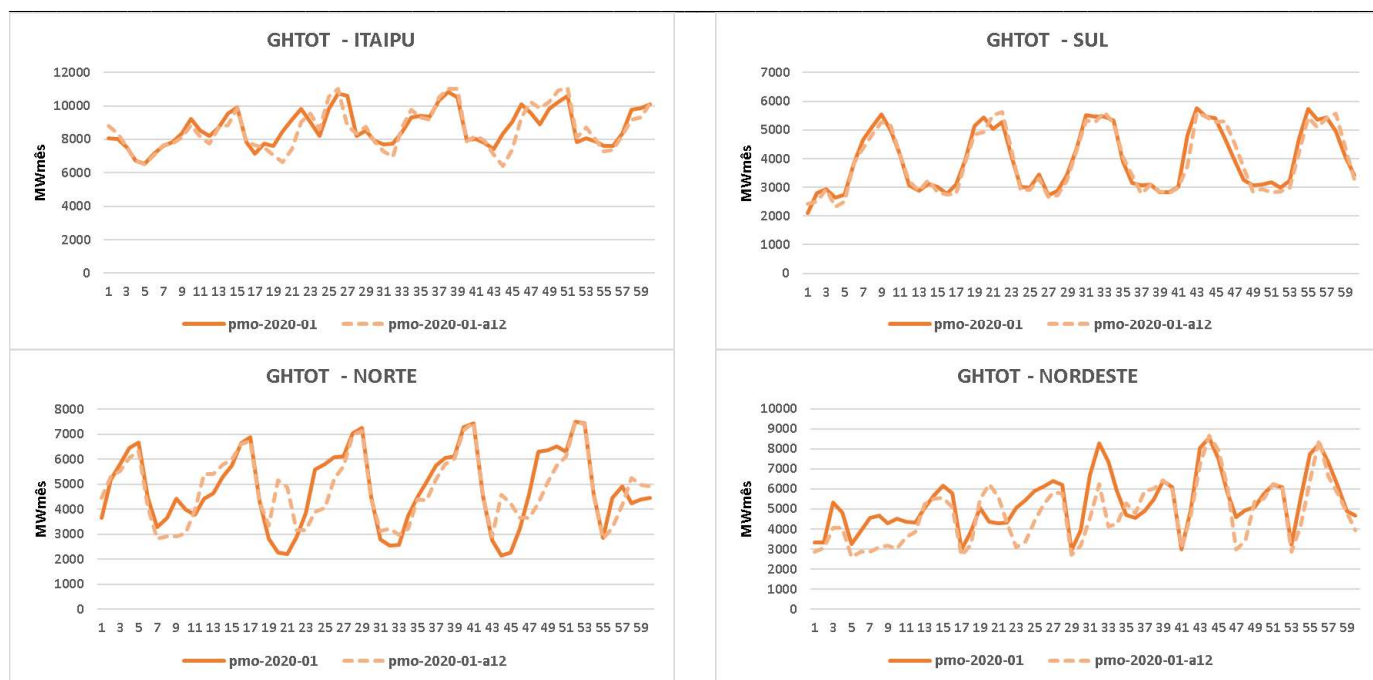
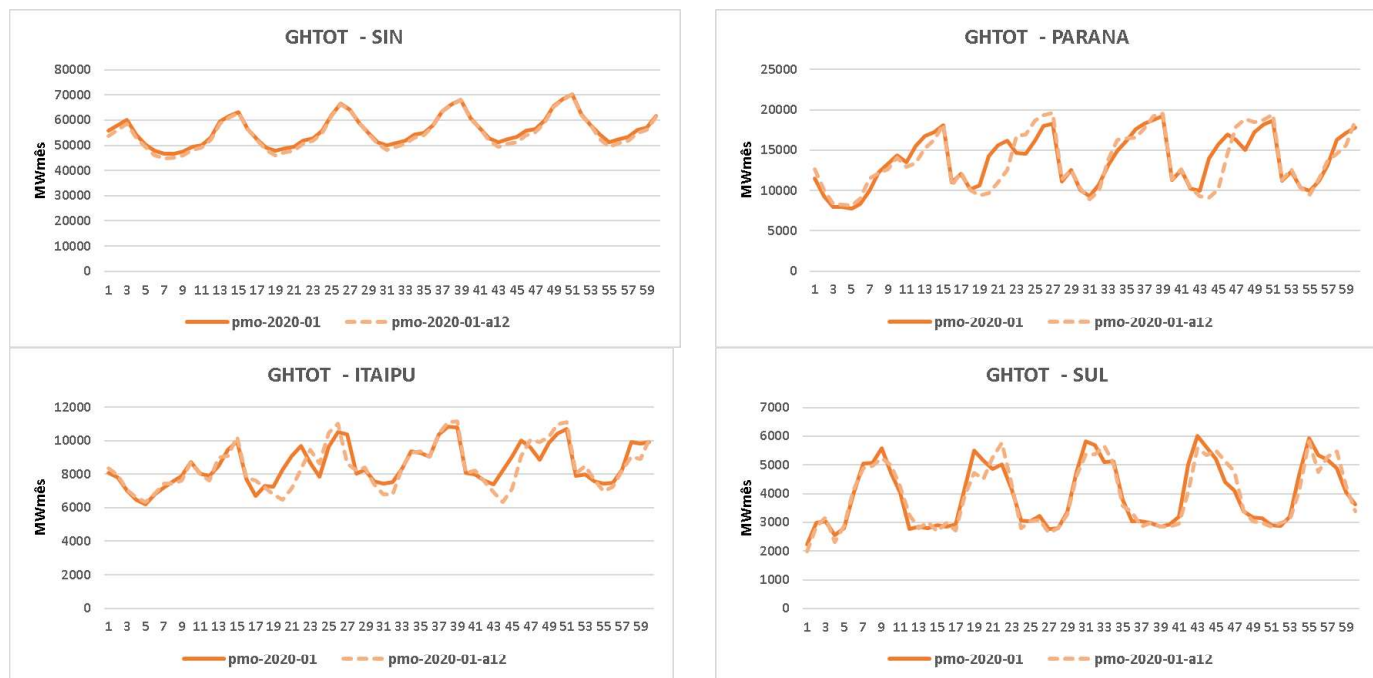


Figura 4.9 - Evolução da geração hidráulica total média por REE e do SIN ao longo do período de planejamento. (simulação final com séries sintéticas).



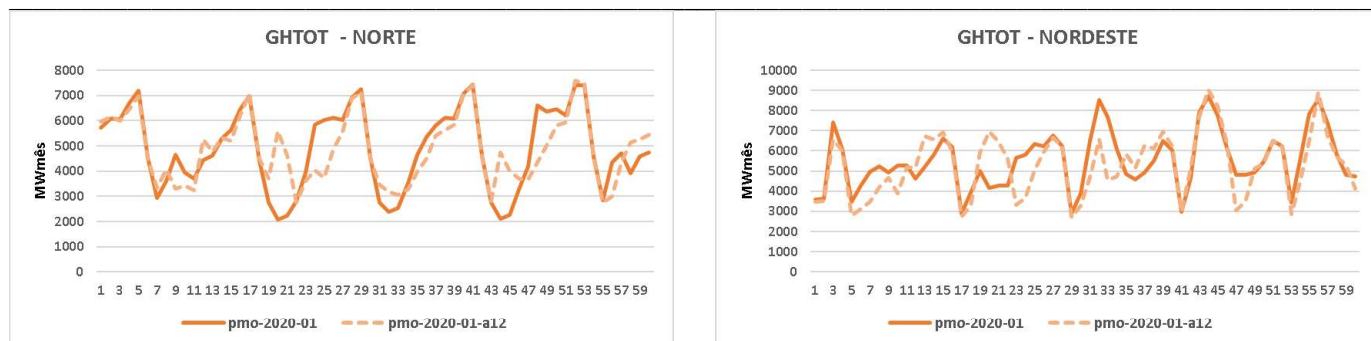
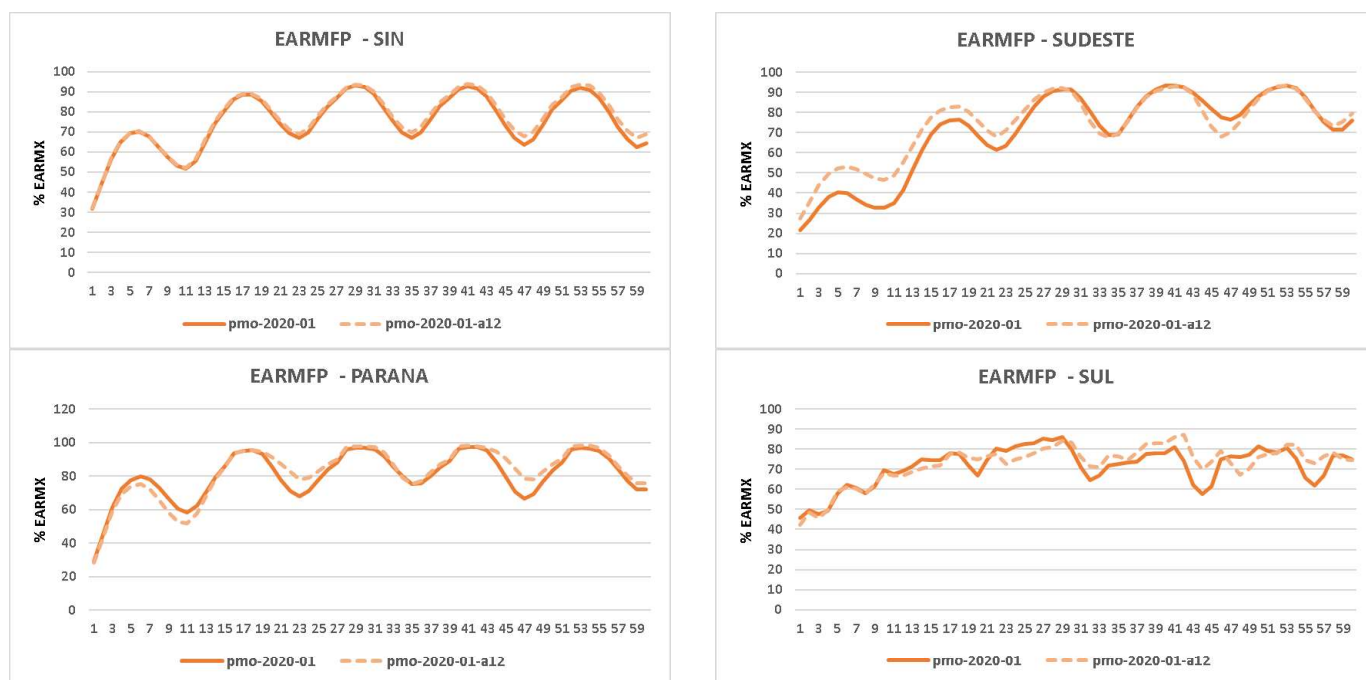


Figura 4.10 - Evolução da geração hidráulica total média por REE e do SIN ao longo do período de planejamento. (simulação final com séries históricas).

As Figuras 4.11 e 4.12 mostram a evolução do valor esperado do armazenamento, em percentual do armazenamento máximo, ao longo do período de planejamento para SIN e para os REEs Sudeste, Paraná, Sul, Norte e Nordeste, considerando séries sintéticas e históricas, respectivamente. Verifica-se que há períodos com aumento do armazenamento médio em alguns REEs, como o Sudeste, e diminuição em outros, como o Nordeste. Ainda, no REE Norte, há períodos com reduções acentuadas, o que pode implicar na revisão dos valores de armazenamento mínimo operativo.



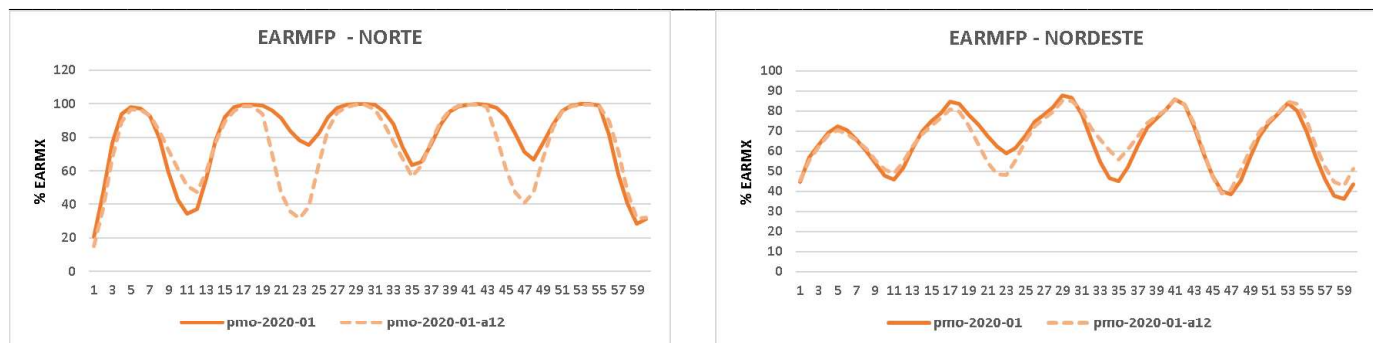


Figura 4.11 - Evolução do armazenamento percentual médio por REE e do SIN ao longo do período de planejamento (simulação final com séries sintéticas).

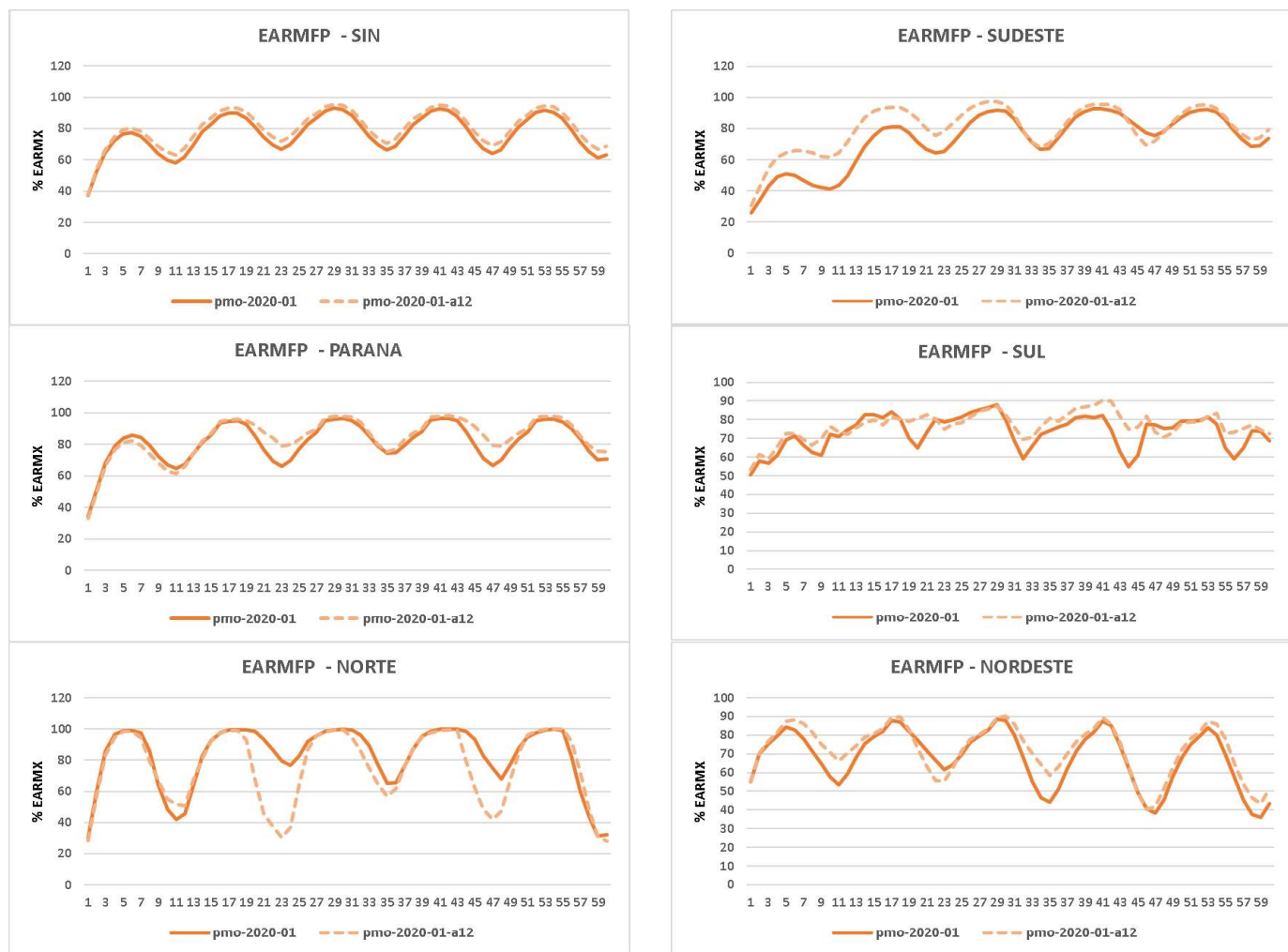


Figura 4.12 - Evolução do armazenamento percentual médio por REE e do SIN ao longo do período de planejamento (simulação final com séries históricas).

A Figura 4.13 ilustra a evolução do valor esperado do vertimento total ao longo do período de planejamento para o SIN e para os REES Paraná, Itaipu, Sul, Norte e Nordeste, considerando séries sintéticas. Por sua vez, a Figura 4.14 apresenta estes resultados, considerando séries históricas. Verifica-se que os casos com o modelo PAR(p)-A apresentam uma persistência de valores de vertimentos mais baixos que nos casos com o PAR(p) tradicional. Isto evidencia, novamente, que o modelo PAR(p)-A apresenta uma maior aderência ao passado recente, sendo menos otimista que o modelo PAR(p), por se estar vivenciando, neste PMO, uma tendência hidrológica de aflúências mais baixas.

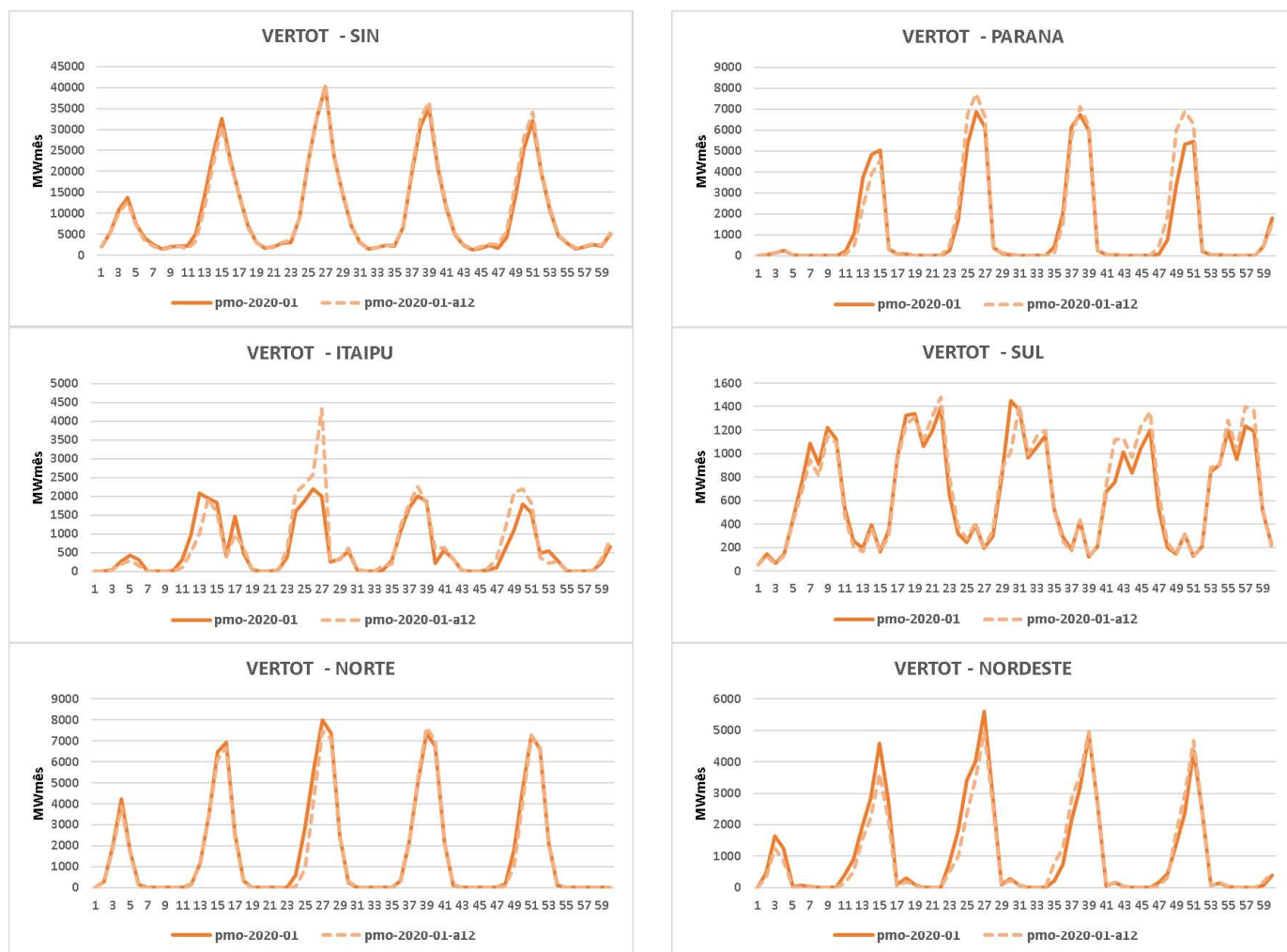


Figura 4.13 - Evolução do vertimento total médio por REE e do SIN ao longo do período de planejamento (simulação fina com séries sintéticas).

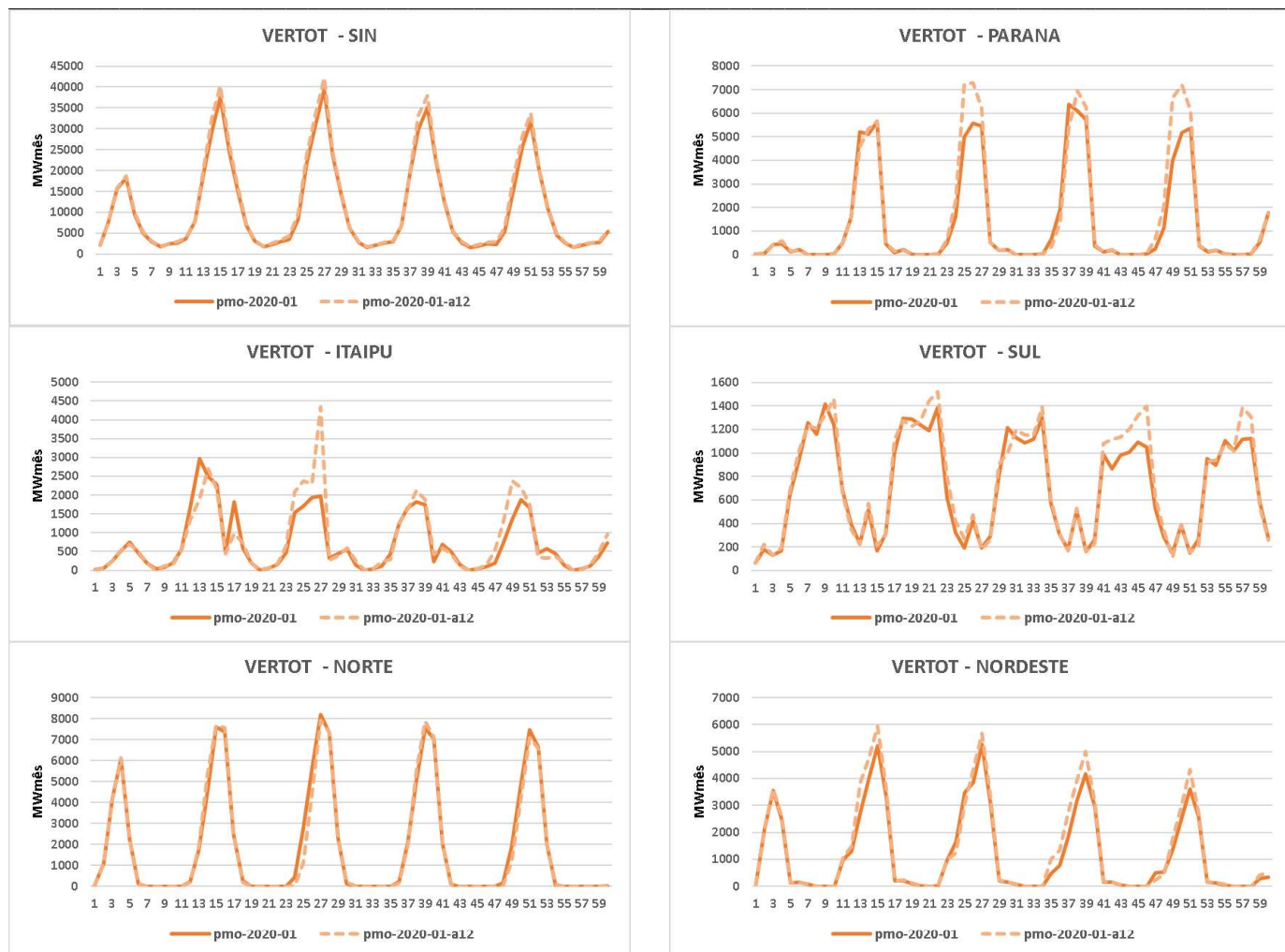


Figura 4.14 - Evolução do vertimento total médio por REE e do SIN ao longo do período de planejamento (simulação fina com séries históricas).

5. UTILIZAÇÃO DOS CORTES DE BENDERS DO MODELO NEWAVE PELO MODELO DECOMP

A estratégia de resolução do problema no modelo DECOMP é a Programação Dinâmica Dual (PDD), pela qual todos os cenários de todos os períodos (estágios de tempo) são visitados nas recursões forward e backward, e a convergência do problema é determinística. Os cortes da função de custo futuro (FCF) calculada pelo NEWAVE correspondem a um dado de entrada, que se acopla ao final do horizonte de estudo do modelo. Apesar de os coeficientes dos cortes do NEWAVE serem fixos ao longo de todas as iterações da PDD no modelo DECOMP, o valor do custo futuro depende das decisões tomadas pelo modelo na iteração e cenário correntes, assim como do cenário de afluência do último estágio e anteriores.

A utilização dos cortes no modelo NEWAVE no DECOMP segue, em linhas gerais, os mesmos princípios do passo forward da PDDE no próprio NEWAVE, em relação ao tratamento das variáveis de estado, conforme mostrado na Figura 5.1 e descrito nas seções seguintes, onde será descrito o impacto da consideração do PAR(p) Anual no modelo DECOMP, em adição a modelagem atual.

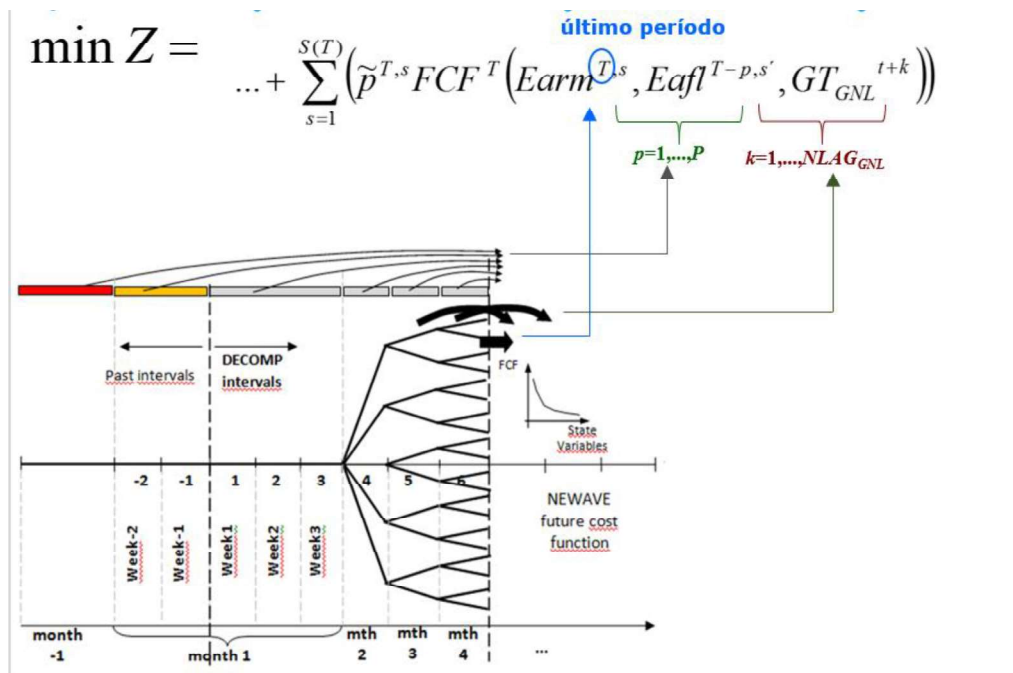


Figura 5.1 - Acoplamento do modelo DECOMP com a FCF do modelo NEWAVE, na versão atualmente em uso oficial.

5.1 Dados associados a intervalos de tempo anteriores ao início do estudo do DECOMP

O modelo DECOMP precisa de alguns dados que representam valores observados correspondentes a intervalos de tempo anteriores ao início do seu horizonte de estudo. Assim, estes valores, são dados de entrada fornecidos pelo usuário e fixos ao longo de todas as iterações da PDD. Dessa forma, o modelo realiza um pré-processamento e que irá calcular o impacto destes dados nos cortes, ou seja, o termo independente (RHS) de cada corte é transladado de forma fixa, de acordo com

o produto entre estes valores e o coeficiente respectivo de cada corte. O modelo DECOMP atualmente considera dois termos passados:

- as vazões afluentes mensais anteriores ao início do horizonte,
- as vazões afluentes e geração das usinas GNL (com lag igual a 2) nas semanas já ocorridas do primeiro mês de estudo (nas revisões)

Para a modelagem do $PAR(p)$ -A, as vazões afluentes passadas (mensais e semanais) também passam a ser consideradas no cálculo do impacto do termo do $PAR(p)$ -A em cada cortes. Ou seja, estes valores passados são multiplicados pelo coeficiente do REE correspondente, transladando o RHS de cada um dos cortes.

5.2 Dados associados a intervalos de tempo ao longo do horizonte de estudo do DECOMP

O modelo DECOMP também recebe como entrada valores de vazões afluentes ao longo de seu horizonte de estudo, estes valores serão utilizados para construção da árvore de cenários e para o processo de otimização do modelo. Além disso, estas vazões também são consideradas no processo de acoplamento com o modelo NEWAVE, atualmente no modelo DECOMP são consideradas os seguintes dados ao longo do horizonte para o acoplamento:

- as vazões afluentes às usinas hidroelétricas no segundo mês (em diante), que variam de acordo com o cenário;
- as vazões afluentes das semanas do primeiro mês que serão otimizadas.

Apesar de serem dados de entrada para o modelo, os valores são variáveis de acordo com o cenário de acoplamento. Dessa forma, o termo independente (RHS) de cada corte também será transladado de acordo com o produto entre essas variáveis e os coeficiente respectivo de cada corte, porém o valor deste produto irá variar de acordo com o cenário da árvore.

Para a modelagem do $PAR(p)$ -A, esses valores serão utilizados para o cálculo do impacto do termo do $PAR(p)$ -A de cada corte. Ou seja, serão multiplicados pelo coeficiente do REE correspondente transladando cada corte de acordo com o cenário do acoplamento.

5.3 Variáveis de decisão do estágio de acoplamento

As variáveis de decisão do modelo DECOMP também têm impacto no acoplamento, neste caso o cálculo do acoplamento é feito de forma dinâmica ao longo das iterações variando conforme as decisões tomadas pelo modelo. Estes valores ficam do "lado esquerdo" do corte, e serão multiplicados, no PL, pelo coeficiente de cada corte. Na versão em uso oficial do DECOMP, estes termos correspondem às energias armazenadas nos REEs ao final do último estágio. Esta energia está associada diretamente à variável de decisão do modelo que corresponde aos volumes armazenados nos reservatórios das usinas, tal que, esta associação é feita através de uma conversão descrita na próxima sub-seção.

Para a modelagem do PAR(p)-A, não há termos referentes a variáveis de decisão, pois todos os termos da modelagem PAR(p)-A nos cortes de Benders construídos pelo NEWAVE se referem a vazões afluentes, que são dados de entrada para o modelo.

5.4 Transformação dos coeficientes em energia (Mwmes) por REE para coeficientes em armazenamento (hm^3) por usina.

Atualmente, como não está sendo considerada ainda oficialmente a abordagem híbrida do NEWAVE [10]-[12], os cortes enviados do NEWAVE para o DECOMP consideram as vazões passadas em energia, e agrupadas por REE. Como o modelo DECOMP modela os reservatórios de forma individualizada, é necessário converter esses valores em afluências individuais por usina hidrelétrica, em termos de volume. Para tal, é aplicada a mesma expressão utilizada pelo modelo NEWAVE para construção das energias afluentes em termos das vazões afluentes, como mostrado a seguir:

$$EAF_L = \sum_{i=1}^{NH} A_i \rho_i^{accum} \quad (26)$$

Onde EAF_L é a energia aflente para o REE e estágio passado em questão, NH é o número de usinas hidrelétricas com reservatório pertencentes ao REE em questão, A_i é a vazão aflente e ρ_i^{accum} é a produtividade acumulada a jusante na cascata associada a cada usina hidrelétrica i . Para fins de simplicidade de exposição, ignoraram-se os índices associados ao estágio passado e ao REE.

6. CONCLUSÕES

Desde 2013, a região Nordeste e parte da região Sudeste do Brasil estão passando por um longo período mais seco, com vazões mensais na grande maioria inferiores às médias de longo termo, enquanto parte da região Sul está passando por um período mais úmido prolongado, com vazões mensais na grande maioria superiores à médias de longo termo. Durante esse período, a média dos cenários sintéticos de aflúncias mensais gerados pelo modelo PAR(p) apresenta o prognóstico usual de retorno à média histórica em aproximadamente alguns meses, embora o regime incomum de aflúncias persista. Esse comportamento indicou que o modelo de séries temporais PAR(p) poderia ser aprimorado para incorporar mais memória nos cenários de aflúncias gerados.

Neste sentido, o CEPEL propôs uma extensão ao modelo estocástico PAR(p) utilizado na geração de cenários sintéticos de aflúncias aos modelos NEWAVE e DECOMP, por meio da inclusão de um novo termo na equação de auto-regressão de cada período sazonal, denominado de PAR(p)-A. Os resultados obtidos mostraram que o novo modelo possibilitou representar melhor a persistência de uma tendência hidrológica incomum.

Por sua vez, a utilização explícita das séries sintéticas de aflúncias aos aproveitamentos hidroelétricos, geradas pelo modelo PAR(p)-A no modelo NEWAVE implica em estender a derivação dos cortes de Benders do algoritmo de PDDE. Assim, este relatório técnico descreveu as modificações necessárias na construção dos cortes de Benders do algoritmo PDDE no modelo NEWAVE para calcular a política de operação do problema de planejamento da operação de longo/médio prazo. Adicionalmente, também foi descrita a incorporação da extensão dos cortes de Benders que compõem a função de custo futuro no modelo de planejamento da operação de curto prazo, o modelo DECOMP.

A metodologia proposta foi aplicada a um estudo de caso com uma configuração real do sistema hidrotérmico interligado brasileiro, e os resultados ressaltaram a relevância de sua consideração.

7. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio da estagiária de Engenharia Elétrica da UERJ, Juliane Alves Celestino dos Santos, na elaboração dos gráficos deste relatório.

8. REFERÊNCIAS

- [1] O.B. Fosso, A. Gjelsvik, A. Haugstad, B. Mo, I. Wangensteen, "Generation scheduling in a deregulated system. The norwegian case", IEEE Transactions on Power Systems, v. 14, n. 1, pp. 75-81, Feb. 1999.
- [2] M.E.P. Maceira, L.A. Terry, F.S. Costa, J.M. Damázio, A.C.G. Melo, "Chain of Optimization Models for Setting the Energy Dispatch and Spot Price in the Brazilian System", 14th Power System Computation Conference - PSCC, Seville, Spain, 2002.
- [3] E. Gil, J. Bustos, H. Rudnick, "Short term hydrothermal generation scheduling model using a genetic algorithm", IEEE Transactions on Power Systems, v. 18, n. 4, pp. 1256-1264, Nov. 2003.
- [4] M.E.P. Maceira, V.S. Duarte, D.D.J. Penna, L.A.M. Moraes, A.C.G. Melo, "Ten Years of Application of Stochastic Dual Dynamic Programming in Official and Agent Studies in Brazil – Description of the NEWAVE program", 16th PSCC - Power Systems Computation Conference, Glasgow, Scotland 2008.
- [5] M.E.P. Maceira, D.D.J. Penna, A.L. Diniz, R.J. Pinto, A.C.G. Melo, C.V. Vasconcellos, C.B. Cruz, "Twenty years of application of stochastic dual dynamic Programming in official and agent studies in Brazil – Main features and improvements on the NEWAVE model", 20th PSCC – Power Systems Computation conference, Dublin, Ireland, 2018.
- [6] Arvantidis, N.V., Rosing, J. "Composite representation of multireservoir hydroelectric power system", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 89, n. 2, pp. 319-326, fev. 1970.
- [7] Turgeon, A. "Optimal operation of multireservoir power system with stochastic inflows", Water Resources Research, v.16, n.02, pp. 0274-0283, 1980.
- [8] Terry, L.A., Pereira, M.V.F., Araripe Neto, T.A., Silva, L.F.C.A., Sales, P.R.H. (1986). Coordinating the Energy Generation of the Brazilian National Hydrothermal Electrical Generating System. Interfaces, 16: 1 January-February, pp.16-38, 1986.
- [9] M.E.P. Maceira, V.S. Duarte, D.D.J. Penna, M.P. Tcheou, "An approach to consider hydraulic coupled systems in the construction of equivalent reservoir model in hydrothermal operation planning", PSCC 2011.
- [10] M.E.P. Maceira, A.L. Diniz, C.B. Cruz, D.D.J. Penna, C.V. Vasconcellos, A.C.G. Melo, "Combined Representation of Hydropower Plants on Stochastic Dual Dynamic Programming - The Hybrid Approach", Hydro Scheduling Workshop, Norway, September 2018.
- [11] M.E.P. Maceira, C.B. Cruz, D.D.J. Penna, A.L. Diniz, A.C.G. Melo, "Hybrid Representation of Hydropower Plants and Inflow Scenarios Re-Sampling on SDDP: improvements in the official model used for operation planning of the Brazilian system", XV International Conference on Stochastic Programming - ICSP, Trondheim, July 29 - August 2, 2019.
- [12] M.E.P. Maceira, C.B. Cruz, D.D.J. Penna, A.L. Diniz, F. Treistman, A.C.G. Melo, T.C. Justino, "Representação de Usinas Hidrelétricas Individualmente e de Forma Agregada na Programação Dinâmica Dual Estocástica - A Abordagem Híbrida", XXV Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica - SNPTEE, Belo Horizonte, MG, Brasil, Outubro 2019.

-
- [13] M.V.F. Pereira, L.M.V.G. Pinto, "Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning", *Mathematical Programming*, v. 52, n.1-3, pp. 359-375, Maio 1991.
- [14] M.E.P. Maceira, "Programação Dinâmica Dual Estocástica Aplicada ao Planejamento da Operação Energética de Sistemas Hidrotérmicos com Representação do Processo Estocástico de Afluências por Modelos Auto-Regressivos Periódicos", *Relatório Técnico Cepel*, Junho 1993.
- [15] M.E.P. Maceira and C.V. Bezerra, "Stochastic Streamflow model for Hydroelectric Systems", 5th Int. Conf. on Probabilistic Methods Applied to Power Systems -PMAPS, Vancouver, Canada, 1997.
- [16] D.D.J. Penna, M.E.P. Maceira, J.M. Damázio, "Selective Sampling applied to long-term hydrothermal generation planning", *Proceedings of 17th Power Systems Computation Conference*, Stockholm, Sweden, Aug, 2011.
- [17] F. Treistman, M.E.P. Maceira, J.M. Damázio, C.B. Cruz, "Proposta Metodológica para o Aprimoramento da Memória de Modelos Auto-Regressivos Periódicos", *Relatório Técnico CEPEL nº 1416/2020*, Fevereiro 2020.
- [18] F. Treistman, M.E.P. Maceira, J.M. Damázio, C.B. Cruz, "Periodic Time Series Model with Annual Component Applied to Operation Planning of Hydrothermal Systems", *International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems -PMAPS*, on-line, August 2020.
- [19] A.L. Diniz, F.S. Costa, M.E.P. Maceira, T.N. Santos, L.C. Brandão, R.N. Cabral, "Short/Mid-Term Hydrothermal Dispatch and Spot Pricing for Large-Scale Systems - the Case of Brazil", *20th Power Systems Computation Conference*, Dublin, Ireland, June 2018.
- [20] M.E.P. Maceira, F.R.S. Batista, A.C.G. Melo, L.F.E.C. Silva, R. Olasagasti, L.G.B. Marzano, "A Probabilistic Approach to Define the Amount of Energy to be Traded in Hydro Dominated Interconnected Systems", *20th PSCC – Power Systems Computation Conference*, Ireland, 2018.
- [21] J.D. Salas, J.W. Delleur, V. Yevjevich, W.L. Lane, *Applied Modeling of Hydroelectric Series*, Water Resources Publications, 1980.
- [22] K.W. Hipel, A.I. McLeod, *Time Series Modelling of Water Resources and Environmental Systems*, *Developments in Water Science nº45*, Elsevier, 1994.
- [23] P.H. Franses, R. Paap, *Periodic Time Series Models*, Oxford University Press, 2006.
- [24] A.B. Philpott, V.L. Matos, "Dynamic sampling algorithms for multi-stage stochastic programs with risk aversion", *European Journal of operational research*, v. 218, pp. 470-483, 2012.
- [25] A.L. Diniz, M.P. Tcheou, M.E.P. Maceira, "Uma Abordagem Direta para Consideração do CVaR no Problema de Planejamento da Operação Hidrotérmica", *XII SEPOPE SEPOPE - Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Rio de Janeiro, 2012.
- [26] A. Shapiro, W. Tekaya, J.P. Costa, M.P. Soares, "Risk neutral and risk averse Stochastic Dual Dynamic Programming method", *European journal of operational research*, vol. 224, n.2, Jan. 2013.
- [27] M.V.F. Pereira, "Possible Enhancements in Risk Aversion Curve", presented in ONS, March 2008.

-
- [28] A.L. Diniz, M.E.P. Maceira, C.V. Vasconcellos, "A combined SDDP/Benders decomposition approach with a risk-averse surface concept for reservoir operation in long term power generation planning", Optimization on Line, 21 December, 2016.
- [29] C.L. Vasconcellos, A.L. Diniz, M.E.P. Maceira, C. L.T. Borges, "Improvement in the risk aversion surface methodology for long term planning of hydrothermal systems", XXIV SNPTEE, 2017.
- [30] J.R. Birge, "Decomposition and partitioning methods for multistage stochastic linear programs", Oper. Res. 33 (1985), no. 5, 989-1007.
- [31] M.E.P. Maceira, D.D.J. Penna, C.B. Cruz, A.L. Diniz, A.C.G. Melo, F. Treistman, "Técnicas de Reamostragem de Cenários Hidrológicos para a simulação forward da PDDE na Definição da Estratégia de Operação Energética de Longo/Médio Prazos", Relatório Técnico CEPEL 6606/2018, Junho 2018.
- [32] D.D.J. Penna, M.E.P. Maceira, A.L. Diniz, A.C.G. Melo, C.B. Cruz, "Avanços na Reamostragem de Cenários Hidrológicos Aplicada ao Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo", XIV SEPOPE, Recife –PE, Set-Out 2018.

9. ANEXO 1 – GLOSSÁRIO

α_t	Valor esperado do custo total de operação do estágio t até o final do período de planejamento T , também chamado de função de custo futuro do estágio t ;
$GHC_{t,i,c}$	Geração hidráulica controlável do reservatório equivalente i , para o patamar de carga c , no estágio t ;
$GFIOL_{t,i}$	Geração hidráulica não controlável do reservatório equivalente i , no estágio t ;
$GT_{t,iclt,c}$	Geração da classe térmica $iclt$, para o patamar de carga c , no estágio t ;
$DEF_{t,k,idef,c}$	Energia não suprida no subsistema k , para o patamar de déficit $idef$, para o patamar de carga c , no estágio t ;
$EARM_{t,i}$	Energia armazenada no reservatório equivalente i no início do estágio t ;
$MX_{t,i}$	A máxima violação do armazenamento mínimo no reservatório equivalente i até o estágio t . O máximo é contabilizado sempre dentro de um ano terminando no mês de nível meta da car;
$ENA_{t,i}$	Energia afluyente do reservatório equivalente de energia i , no estágio t ;
$X_{t,i}$	Somatório das energias afluyentes passadas ao reservatório equivalente i , nos estágios $t-p$ até $t-11$;
$\gamma_{t,i}$	Fator de separação das energias afluyentes controlável e fio d'água no reservatório equivalente i , no estágio t . Corresponde a parcela controlável;
$FC_{t,i}$	Fator de correção da energia controlável que é função da energia armazenada no início do estágio t no reservatório equivalente i ;
$EVERT_{t,i}$	Energia vertida do reservatório equivalente i , no estágio t ;
$evap_{t,i}$	Energia evaporada no reservatório equivalente i . Essa variável é função da energia armazenada no início do estágio t ;
$EVM_{t,i}$	Energia de enchimento de volume morto do reservatório equivalente i , no estágio t ;
$DSVC_{t,i,c}$	Perda de energia controlável no reservatório equivalente i , no patamar de carga c , no estágio t ;
$DSVF_{t,i,c}$	Perda de energia nas usinas à fio d'água no reservatório equivalente i , no patamar de carga c , no estágio t ;
$SGT_{t-1,m,c}$	Geração térmica antecipada do subsistema k , para o patamar de carga c , definida no estágio $t-1$;
$PFIO_{t,i}$	Vertimento associado às usinas à fio d'água no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$\alpha_{t,i,r}^{MARS}$	Coefficiente angular da reta r para representar as perdas a fio d'água no reservatório equivalente i , no estágio t ;

$b_{t,i,r}^{MARS}$	Termo independente da reta r que representa as perdas a fio d'água no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$\delta_{t,i,c}^{GHMIN}$	Violação da restrição de geração hidráulica mínima no reservatório equivalente i , para o patamar de carga c , no estágio t ;
$\delta_{t,i}^{EARM}$	Violação da restrição de armazenamento mínimo operativo no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$\delta_{t,i}^{DSVC}$	Violação da restrição de desvio de energia controlável no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$\delta_{t,i}^{DSVF}$	Violação da restrição de desvio de energia nas usinas à fio d'água no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$\delta_{t,i,1}^{EVMIN}$	Violação do patamar 1 da restrição de vazão mínima no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$\delta_{t,i,2}^{EVMIN}$	Violação do patamar 2 da restrição de vazão mínima no reservatório equivalente i , no estágio t ;
β	Taxa de desconto;
$cterm_{t,ict}$	Custo de geração da classe térmica ict no estágio t ;
$cdef_{t,k,idef}$	Custo de não atendimento à demanda de energia do subsistema k e do patamar de déficit $idef$ no estágio t ;
pen^{GHMIN}	Penalidade por violação da restrição de geração hidráulica mínima;
pen^{GHMINU}	Penalidade por violação da restrição de geração hidráulica mínima das usinas hidroelétricas;
pen^{EARM}	Penalidade por violação da restrição de armazenamento mínimo operativo;
pen^{DESV}	Penalidade por violação da restrição de retirada de água para outros usos;
pen_1^{EVMIN}	Penalidade por violação do patamar 1 da meta de vazão mínima;
pen_2^{EVMIN}	Penalidade por violação do patamar 2 da meta de vazão mínima;
pen^{INTMIN}	Penalidade por violação da restrição de intercâmbio mínimo;
$NSBM$	Número de subsistemas;
$NREE$	Número de reservatórios equivalentes;
$NCLT_k$	Número de classes térmicas do subsistema k ;
$NPMC$	Número de patamares de carga;
$NPDF$	Número de patamares de déficit;
$LAGMAX$	número máximo de períodos para antecipação térmica das usinas a GNL;

$\pi_{EARM}^{i,icor}$	Multiplicador simplex ou variável dual associada ao nível de energia armazenada no reservatório equivalente i , referente ao $icor$ -ésimo corte de Benders;
$\pi_{ENAP}^{i,icor}$	Multiplicador simplex ou variável dual associada à energia afluenta nos estágios anteriores no reservatório equivalente i , referente ao $icor$ -ésimo corte de Benders;
$\pi_{GNL}^{k,c,icor}$	Multiplicador simplex ou variável dual associada antecipação térmica no subsistema k , no patamar de carga c , referente ao $icor$ -ésimo corte de Benders;
$\pi_{MX}^{i,icor}$	Multiplicador simplex ou variável dual associada à máxima violação do armazenamento mínimo no reservatório equivalente i , referente ao $icor$ -ésimo corte de Benders;
$\pi_X^{i,icor}$	Multiplicador simplex ou variável dual associada ao somatório das afluências passadas no reservatório equivalente i , nos estágios $t-p$ até $t-11$, referente ao $icor$ -ésimo corte de Benders;
W^{icor}	Termo independente do $icor$ -ésimo corte de Benders;
$a_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à parcela controlável gerada no próprio reservatório equivalente i no estágio t ;
$b_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à parcela do reservatório equivalente i que entrará como recurso controlável no reservatório equivalente a jusante de i no estágio t ;
$c_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à parcela do reservatório equivalente i que entrará como recurso a fio d'água no reservatório equivalente a jusante de i no estágio t ;
$d_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente ao desvio a fio d'água que será desviado do próprio REE i no estágio t ;
$e_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à parcela do desvio a fio d'água do REE i que será desviado do REE a jusante de i no estágio t ;
$avm_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à perda por enchimento de volume morto no próprio reservatório equivalente i no estágio t ;
$bvm_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à perda controlável devida ao enchimento de volume morto do REE i no reservatório equivalente a jusante de i no estágio t ;
$cvm_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à perda a fio d'água devida ao enchimento de volume morto do REE i no reservatório equivalente a jusante de i no estágio t ;