

**RELATÓRIO TÉCNICO**

Nº: DP/DEA – 14164/09      Nº DE PÁGINAS: 71      ANEXOS: -

**TÍTULO:** CONSIDERAÇÃO DAS PERDAS NA REDE ELÉTRICA NO MODELO DESSEM-PAT – METODOLOGIA E ANÁLISE DE DESEMPENHO.

**DEPARTAMENTO:** DEPARTAMENTO DE OTIMIZAÇÃO ENERGÉTICA E MEIO AMBIENTE – DEA

**ÁREA DE RESPONSABILIDADE:** B200      **Nº DO PROJETO:** 1399

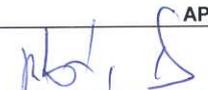
<p><b>DESTINATÁRIOS:</b></p> <p>Centrais Elétricas Brasileiras S/A – ELETROBRÁS Av. Presidente Vargas, 409 – 12º andar 20071-003 – Rio de Janeiro / RJ</p> <p><b>ATENÇÃO:</b> Dr. Paulo Roberto de Holanda Sales</p>	<p><b>EQUIPE DE ACOMPANHAMENTO:</b></p> <p>Luis Ernesto Areias – ELETROBRÁS Renata Leite Falcão - ELETROBRÁS</p>
--	--

**RESUMO:** Neste Relatório Técnico descreve-se a metodologia para consideração das perdas ativas nas linhas de transmissão no modelo DESSEM-PAT, e realiza-se uma análise da acurácia na representação das perdas e do tempo computacional, em função de alguns parâmetros do modelo.

<p><b>AUTORES:</b></p> <p>André Luiz Diniz Souto Lima - CEPEL Tiago Norbiato dos Santos - FPLF</p>	<p><b>PALAVRAS-CHAVE:</b></p> <p>Programação diária da operação, perdas na rede elétrica, programação linear, programação dinâmica dual.</p> <p><b>CLASSIFICAÇÃO:</b> CONTROLADO</p>
--	--

<p> <b>GERENTE DO PROJETO</b> NOME: André Luiz Diniz Souto Lima TEL: (21) 2598-6046    FAX: (21) 2598-6482 EMAIL: <a href="mailto:diniz@cepel.br">diniz@cepel.br</a></p>	<p> <b>CHEFE DE DEPARTAMENTO</b> NOME: Maria Elvira Piñeiro Maceira TEL: (21) 2598-6454    FAX: (21) 2598-6482 EMAIL: <a href="mailto:elvira@cepel.br">elvira@cepel.br</a></p>
---	--

**APROVAÇÃO**

  
**DIRETOR DE PESQUISA, DESENVOLVIMENTO E INOVAÇÃO**  
**ROBERTO PEREIRA CALDAS**

14/05/09

**CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA**

Sede: Av. Horácio Macedo, 354 – Cidade Universitária - Rio de Janeiro - RJ - Brasil - Tel.: 021 2598-6000 - Fax: 021 2598-6482  
Unidade Adrianópolis: Av. Olinda s/n - Adrianópolis - Nova Iguaçu - RJ - Brasil - Tel.: 021 667-2111 - Fax: 021 667-3518  
End. Postal: CEPEL - Cx. Postal 68007 - 21944-970 - Rio de Janeiro - RJ - Brasil / End. Telegráfico: CEPELETRO - Rio de Janeiro - RJ - Brasil -

**CEPEL**

**Centro de Pesquisas de Energia Elétrica**

**Projeto DESSEM**

**Relatório Técnico:**

**CONSIDERAÇÃO DAS PERDAS NA REDE  
ELÉTRICA NO MODELO DESSEM-PAT –  
METODOLOGIA E ANÁLISE DE DESEMPENHO**



## ÍNDICE

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>3</b>
<b>2. O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO – O MODELO DESSEM-PAT .....</b>	<b>4</b>
2.2. Formulação do Problema .....	5
2.3. Estratégia de Solução .....	7
<b>3. REPRESENTAÇÃO DAS PERDAS NA REDE ELÉTRICA NO MODELO DESSEM-PAT .....</b>	<b>11</b>
3.1. Formulação Matemática .....	11
3.1.1. Modelo DC da rede elétrica .....	11
3.1.2. Restrições de Limite de Fluxo .....	13
3.1.3. Restrições de Somatório de Fluxo .....	14
3.1.4. Consideração das perdas na modelagem DC .....	14
3.2. Estratégia de Resolução .....	16
3.2.1. Restrições de limite de fluxo e de somatório de fluxos .....	16
3.2.2. Com Restrições de Perdas .....	18
3.2.3. Processo Iterativo como um todo .....	23
3.3. Aspectos adicionais da Implementação da Metodologia .....	25
3.3.1. Cálculo das perdas nas linhas “radiais para as cargas” .....	25
3.3.2. Gerenciamento dos cortes .....	26
3.3.3. Restrições de Fechamento .....	28
3.3.4. Convergência da Programação Dinâmica Dual (PDD) .....	30
3.3.5. Ponto Inicial para a resolução do PL em cada iteração .....	30
3.3.6. Tolerância para os desvios em relação às perdas reais .....	31
3.3.7. Esforço computacional .....	31
<b>4. RESULTADOS - PARTE I: ANÁLISE DA IMPORTÂNCIA E ACURÁCIA NA REPRESENTAÇÃO DAS PERDAS.....</b>	<b>33</b>
4.1. Comparação entre os resultados dos casos com e sem perdas .....	33
4.1.1. Custo de Operação .....	34
4.1.2. Geração das Usinas Termoeletricas .....	34
4.1.3. Geração das Usinas Hidroelétricas .....	35
4.1.4. Intercâmbios de Energia entre Subsistemas .....	36
4.1.5. Custo Marginal de Operação .....	37
4.1.6. Comentários .....	37
4.2. Processo Iterativo de Resolução do Problema .....	38
4.2.1. Resultados gerais para cada iteração da PDD .....	38
4.2.2. Resultados específicos para cada período .....	40
4.3. Acurácia na Representação das Perdas .....	41
4.3.1. Processo Iterativo de representação das perdas para determinadas linhas .....	41
4.3.2. Análise estatística dos desvios .....	42

4.4.	Perdas no PL superiores às perdas reais .....	43
4.5.	Tempo computacional .....	44
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS - PARTE II: ANÁLISE DE COMPROMISSO ENTRE O TEMPO COMPUTACIONAL E A ACURÁCIA DA MODELAGEM .....</b>	<b>45</b>
5.1.	Análise de sensibilidade em relação às tolerâncias absolutas (MW) para os desvios .....	45
5.1.1.	Acurácia na representação das perdas .....	45
5.1.2.	Acurácia nos resultados de despacho .....	47
5.1.3.	Tempo Computacional .....	54
5.1.4.	Conclusões e Recomendações .....	55
5.2.	Análise de sensibilidade em relação às tolerâncias percentuais .....	55
5.2.1.	Acurácia na representação das perdas .....	55
5.2.2.	Acurácia nos resultados de despacho .....	56
5.2.3.	Tempos Computacionais .....	58
5.2.4.	Conclusões e Recomendações .....	58
5.3.	Análise de sensibilidade em relação aos níveis de tensão .....	59
5.3.1.	Distribuição das perdas por nível de tensão .....	59
5.3.2.	<i>Trade-off</i> entre tempo computacional e representação das perdas .....	60
5.3.3.	Conclusões e Recomendações .....	60
5.4.	Análise de sensibilidade em relação ao número de dias com representação das perdas .....	61
5.4.1.	Acurácia nos resultados de despacho .....	62
5.4.2.	Tempo Computacional .....	67
5.4.3.	Conclusões e Recomendações .....	67
5.5.	Possíveis adaptações adicionais na metodologia .....	68
5.5.1.	Tolerâncias variáveis ao longo do processo de PDD .....	68
5.5.2.	Resolução de um processo iterativo preliminar de PDD .....	68
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>69</b>
<b>7.</b>	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>70</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Este Relatório Técnico apresenta a metodologia implementada no modelo DESSEM-PAT [1] para consideração das perdas ativas nas linhas de transmissão no processo de determinação da programação diária da operação através de um problema de programação linear. Realiza-se também uma análise de desempenho dessa metodologia, em relação à acurácia na representação das perdas e ao tempo computacional para resolver o problema. Finalmente, estudam-se diversas alternativas de redução desse tempo de processamento, através de uma calibração dos parâmetros de tolerância do modelo, porém mantendo-se uma acurácia aceitável na aproximação das perdas.

Este relatório está estruturado da seguinte forma: no capítulo 2, descreve-se sucintamente o modelo DESSEM-PAT, que está sendo validado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) para ser utilizado como ferramenta de apoio para a programação diária da operação do sistema brasileiro. No capítulo 3, apresenta-se a metodologia implementada no modelo para consideração das perdas de transmissão, a qual consiste em uma aproximação linear por partes dinâmica da função quadrática exata, obtida segundo uma modelagem DC da rede.

No capítulo 4, mostra-se a importância da modelagem dessas perdas no problema. Justifica-se assim o uso dessa funcionalidade, apesar do elevado acréscimo no tempo computacional verificado nos testes iniciais, em relação à modelagem sem perdas. No capítulo 5, estudam-se uma série de alternativas para reduzir esse tempo de processamento, sem comprometer significativamente a acurácia na modelagem das perdas, tais como: o uso simultâneo de tolerâncias em MW e % para os desvios, a consideração das perdas seletivamente por nível de tensão, e a consideração das perdas apenas para os primeiros dias de estudo. Discutem-se também alternativas adicionais que possam vir a ser adotadas no futuro.

Finalmente, na seção 6 apresentam-se as conclusões do estudo, as quais indicam que é possível resolver o problema de programação diária em um tempo computacional razoável e considerando de forma satisfatória as perdas nas linhas da rede elétrica.

## 2. O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DA OPERAÇÃO – O MODELO DESSEM-PAT

Com o objetivo de resolver o problema do planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos, o CEPEL desenvolveu uma cadeia de modelos de otimização, que é utilizada pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) e o Comitê de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) para coordenar a operação e estabelecer o preço a ser utilizado no mercado de energia elétrica do Sistema Interligado Nacional (SIN) brasileiro [2]. Já foram validados e estão em operação os modelos NEWAVE [3], para a etapa de médio prazo, e DECOMP [4], para a etapa de curto prazo. Atualmente, encontra-se em fase de validação pelo ONS e as empresas do setor o modelo DESSEM-PAT [1], que se destina a ser utilizado como ferramenta de apoio para a programação diária da operação. A Tabela 2.1 mostra as principais características de cada modelo.

**Tabela 2.1 - Características dos modelos utilizados pelo ONS para o planejamento da operação do SIN.**

	<b>Horizonte de planejamento</b>	<b>Discretização temporal</b>	<b>Representação das usinas hidroelétricas</b>	<b>Representação da transmissão</b>	<b>Consideração das incertezas hidrológicas</b>
NEWAVE	Até 5 anos	Mensal	Reservatórios equivalentes	Intercâmbios entre subsistemas	Estocástico
DECOMP	Até 1 ano	Semanal / mensal	Usinas individualizadas	Intercâmbios entre subsistemas	Determinístico / estocástico
DESSEM-PAT	Até 14 dias	Horária / patamares cronológicos	Unidades geradoras	Rede elétrica	Determinístico

A estratégia de resolução adotada nestes três modelos é a programação dinâmica dual (PDD) [5] e a integração entre os mesmos, ilustrada na Figura 2.2, é feita através de funções de custo futuro (FCF), as quais expressam o custo esperado de geração térmica / déficit de energia após o horizonte de planejamento de cada modelo, como uma função do vetor de volumes armazenados finais nos reservatórios.



**Figura 2.2 - Acoplamento entre os modelos utilizados pelo ONS para o planejamento da operação do SIN.**

O modelo DESSEM-PAT realiza a programação da operação para um horizonte de até duas semanas, discretizadas em intervalos horários ou em patamares cronológicos, cuja duração pode ser variável. As usinas hidroelétricas são representadas individualmente e a rede elétrica é considerada por meio de uma modelagem DC, incluindo-se restrições de limite de fluxos nos circuitos (vide seção 3.1). A geração das usinas hidroelétricas é modelada por uma função linear por partes do volume armazenado, do turbinamento e do vertimento, a qual apresenta desvios em geral inferiores a 1% em relação à função real [6]. Considera-se um grande número de restrições operativas para as usinas hidroelétricas ou termoelétricas, tais como restrições de limite e variação horária para o volume armazenado, defluência, geração, etc. Estas restrições podem ser aplicadas individualmente para as usinas ou para um grupo de usinas.

## 2.2. Formulação do Problema

O problema de Programação Diária da Operação (PDO) considerado pelo modelo DESSEM-PAT consiste em determinar o despacho ótimo das usinas hidroelétricas e termoelétricas que minimize a soma dos custos semanais de geração termoelétrica com o custo futuro de operação, avaliado por meio da FCF ao final do horizonte de estudo. O problema é determinístico e discretizado nos chamados “patamares cronológicos”. Todas as restrições são lineares ou modeladas por restrições lineares por partes. A seguir, apresenta-se uma formulação resumida do problema, para o caso sem restrições da rede elétrica. A descrição das restrições da rede elétrica é feita no capítulo 3.

$$Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{NT} c_i(gt_i^t) + \alpha(V^T), \quad (2.1)$$

s.a.

$$\sum_{j \in \Phi_i} gt_j^t + \sum_{j \in \Psi_i} gh_j^t + \sum_{j \in \Omega_i} (Int_{ji}^t - Int_{ij}^t) = D_i^t, \quad i=1, \dots, NS \quad (2.2)$$

$$V_i^t = V_i^{t-1} + I_i^t - (Q_i^t + S_i^t) + \sum_{j \in M_i} (Q_j^{t-\tau_{j-i}} + S_j^{t-\tau_{j-i}}), \quad i=1, \dots, NH \quad (2.3)$$

$$gh_i^t - \gamma_{V_{i,k}} \frac{V_i^t}{2} - \gamma_{Q_{i,k}} Q_i^t + \gamma_{S_{i,k}} S_i^t \leq \gamma_{0_{i,k}} + \gamma_{V_{i,k}} \frac{V_i^{t-1}}{2}, \quad k=1, \dots, K_i, i=1, \dots, NH; \quad (2.4)$$

$$-Int_{ji \max}^t \leq Int_{ij}^t \leq Int_{ij \max}^t, \quad i, j=1, \dots, NS \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned}
 V_{\min i}^t &\leq V_i^t \leq V_{\max i}^t, \\
 Q_{\min i}^t &\leq Q_i^t \leq Q_{\max i}^t, \\
 S_{\min i}^t &\leq S_i^t \leq S_{\max i}^t, \\
 gh_{\min i}^t &\leq gh_i^t \leq gh_{\max i}^t, \quad i=1,\dots,NH \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

$$D_{\min i}^t \leq Q_i^t + S_i^t \leq D_{\max i}^t, \quad i=1,\dots,NH \quad (2.7)$$

$$gt_{\min i}^t \leq gt_i^t \leq gt_{\max i}^t, \quad i=1,\dots,NT \quad (2.8)$$

onde o supra-índice  $t=1,\dots,T$  indica o intervalo de tempo e os sub-índices  $i, j$  indicam o elemento (usina hidroelétrica, usina termoeétrica, subsistema, intercâmbio), correspondente a cada variável. Adota-se a seguinte notação:

### Parâmetros (dados) do problema:

$T$	número de intervalos de tempo	$V_{\min i}^t$	Armazenamento mínimo das usinas hidroelétricas
$NS$	número de subsistemas	$V_{\max i}^t$	Armazenamento máximo das usinas hidroelétricas
$NH$	número de usinas hidroelétricas	$Q_{\min i}^t$	Turbinamento mínimo das usinas hidroelétricas
$NT$	número de usinas termoeétricas	$Q_{\max i}^t$	Turbinamento máximo das usinas hidroelétricas
$K_i$	número de inequações para a função de produção da usina hidroelétrica $i$	$S_{\min i}^t$	Vertimento mínimo das usinas hidroelétricas
$c_i$	Custo incremental de geração da usina termoeétrica $i$	$S_{\max i}^t$	Vertimento máximo das usinas hidroelétricas
$Z$	Custo total da operação	$gh_{\min i}^t$	Geração mínima das usinas hidroelétricas
$\alpha(V^T)$	Custo futuro de operação do sistema, como função do vetor de armazenamentos ao final do período de estudo	$gh_{\max i}^t$	Geração máxima das usinas hidroelétricas
$\Phi_i$	Conjunto de usinas termoeétricas no subsistema $i$	$gt_{\min i}^t$	Geração mínima das usinas termoeétricas
$\Psi_i$	Conjunto de usinas termoeétricas no subsistema $i$	$gt_{\max i}^t$	Geração máxima das usinas termoeétricas
$\Omega_i$	Conjunto de subsistemas que possuem intercâmbio com o subsistema $i$	$D_{\min i}^t$	Defluência mínima das usinas hidroelétricas
$\tau_{ij}$	Tempo de Viagem da água entre as usinas hidroelétricas $i$ e $j$	$D_{\max i}^t$	Defluência máxima das usinas hidroelétricas
$D_i^t$	Demanda (carga) dos subsistemas		
$I_i^t$	Afluências naturais (incrementais) às usinas hidroelétricas		

### Variáveis a serem determinadas (otimizadas):

$gh_i^t$	Geração das usinas hidroelétricas
$V_i^t$	Armazenamento das usinas hidroelétricas ao final de cada intervalo
$Q_i^t$	Turbinamento das usinas hidroelétricas
$S_i^t$	Vertimento das usinas hidroelétricas
$gt_i^t$	Geração das usinas termoeleétricas
$Int_{ij}^t$	Intercâmbios de energia entre subsistemas

Considera-se que o sistema é dividido em áreas (subsistemas). Para cada subsistema, em cada intervalo de tempo, há uma equação de balanço de carga (2.2) e limites de segurança para os intercâmbios entre subsistemas (2.5).

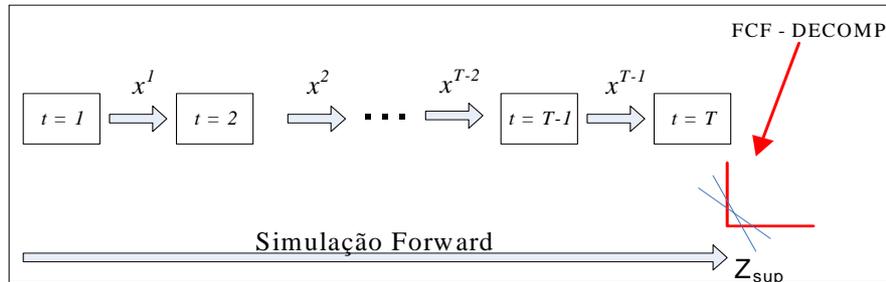
A função objetivo (2.1) compreende a soma dos custos lineares de geração termoeleétrica com o custo futuro (discutido anteriormente). As equações (2.3) representam o balanço hídrico das usinas hidroelétricas ao longo do estudo. O conjunto de inequações (2.4) representa a Função de Produção Hidroelétrica Aproximada (FPHA), que modela a geração da usina hidroelétrica como uma função linear por partes do turbinamento, vertimento e volume armazenado [6]. O conjunto de restrições (2.7) corresponde aos limites de armazenamento, turbinamento, vertimento e geração das usinas hidroelétricas, que podem envolver tanto limites físicos como operativos. As restrições (2.7) correspondem a defluências mínimas / máximas para as usinas hidroelétricas. Para as usinas termoeleétricas, consideram-se as restrições (2.8) que representam os limites de geração, que podem ser físicos ou operativos.

Há uma série de outros aspectos considerados no problema que, por questões de simplicidade, foram omitidos, tais como a modelagem de usinas elevatórias, restrições operativas de variação, consideração de gerações em pequenas usinas, modelagem do Canal Pereira Barreto, entre outros.

### 2.3. Estratégia de Solução

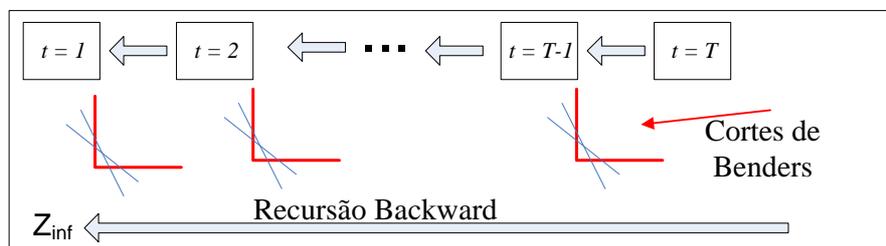
A estratégia de solução por Programação Dinâmica Dual (PDD) consiste em realizar uma decomposição temporal do problema, e obter uma solução ótima por meio da técnica de decomposição de Benders multi-estágio. Esta técnica consiste em um processo iterativo, no qual cada iteração se divide em duas etapas: uma simulação “*Forward*” (Figura 2.3) e uma recursão “*Backward*” (Figura 2.5).

**Simulação Forward:** Nesta etapa, os estágios 2 a  $T$  são resolvidos em seqüência, tendo como condição inicial o resultado obtido para o estágio anterior. Ao final dessa simulação, obtém-se um limite superior ( $Z_{sup}$ ) para o valor da solução ótima do problema.



**Figura 2.3 - Representação esquemática da Simulação Forward. O termo  $x^t$  se refere à solução obtida para o subproblema referente ao período  $t$ , na iteração corrente da PDD.**

**Recursão Backward:** Nesta etapa, os estágios  $T-1$  a 1 são resolvidos utilizando-se a mesma condição inicial obtida da simulação Forward, mas adicionando ao subproblema do estágio  $t-1$  novos cortes de Benders construídos a partir da solução do estágio  $t$ . Ao final dessa recursão, obtém-se um novo limite inferior ( $Z_{inf}$ ) para o valor da solução ótima do problema.



**Figura 2.4**

**Figura 2.5 - Representação esquemática da recursão Backward da PDD.**

Denotando por  $\langle u, v \rangle$  o produto escalar entre dois vetores  $u$  e  $v$ , os cortes de Benders são construídos da seguinte forma:

$$\alpha^{t-1} \geq \omega^{t*} + \left\langle \frac{\partial \omega^t}{\partial x^t}(x^{t*}), x^t - x^{t*} \right\rangle \quad (2.9)$$

onde:

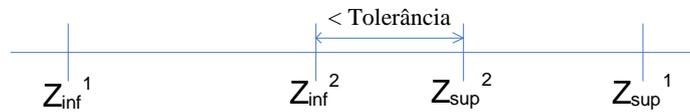
$x^t$  : Vetor de variáveis de estado do estágio  $t$  da PDD;

$\alpha^{t-1}$  : Custo futuro para o estágio  $t-1$ ;

- $\omega^*$  : Custo ótimo para o subproblema  $t$  na iteração atual;
- $x^{t*}$  : Resultado para o vetor  $x^t$  na iteração atual da PDD, obtido na simulação *Forward*;
- $(\partial\omega^t/\partial x^t)(\cdot)$ : Vetor com as derivadas parciais de  $\omega^*$  em relação às variáveis de estado do subproblema  $t$ , no ponto  $x^{t*}$ .

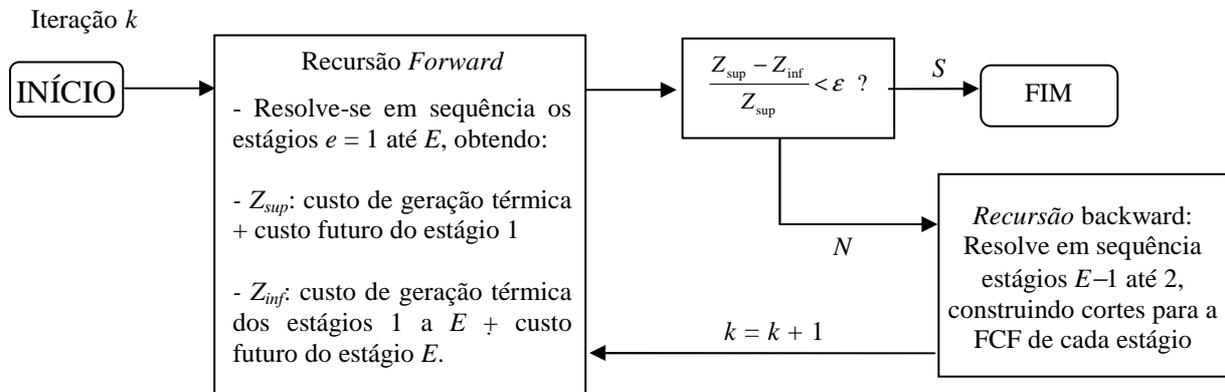
A inequação (2.9) define um corte linear multivariado para a FCF do estágio  $t-1$ , em função das variáveis  $x^t$  para o subproblema referente ao estágio  $t$ .

O processo iterativo termina quando a diferença percentual entre  $Z_{sup}$  e  $Z_{inf}$  for inferior a uma dada tolerância, como mostrado na Figura 2.6.



**Figura 2.6 - Processo de convergência para a PDD.**

A Figura 2.7 mostra o fluxograma do processo de resolução do problema do modelo DESSEM-PAT por PDD.



**Figura 2.7 - Representação esquemática de uma determinada iteração do processo de PDD adotado para resolver o problema de programação da operação no modelo DESSEM-PAT.**

Recentemente, desenvolveu-se uma forma alternativa de decomposição do problema, na qual se podem considerar dois ou mais intervalos de tempo em um mesmo estágio da PDD. O problema continua sendo representado da mesma forma (ou seja, discretizado de forma horária ou conforme definido pelo usuário), o que se altera é a distribuição das restrições e variáveis do problema ao longo dos estágios da PDD.

Esta estratégia, denominada de “técnica de agregação” é detalhada em [7]. A modelagem das perdas descrita neste trabalho pode ser utilizada tanto na forma tradicional de decomposição do problema como com essa técnica de agregação.

### 3. REPRESENTAÇÃO DAS PERDAS NA REDE ELÉTRICA NO MODELO DESSEM-PAT

No problema de programação diária da operação (PDO) considerado pelo modelo DESSEM-PAT, é imprescindível se ter uma modelagem detalhada da rede elétrica, de forma a se obter uma proposta de despacho que seja factível de ser realizada na prática. Por questões de complexidade tanto do ponto de vista matemático como computacional, não é possível representar o modelo completo AC da rede elétrica no modelo. Portanto, considera-se uma modelagem DC da rede com perdas, a qual, apesar de desprezar o despacho de potência reativa do sistema, é capaz de representar de forma suficiente, para fins práticos, o despacho de potência ativa do sistema, como mostram os estudos apresentados em [8].

#### 3.1. Formulação Matemática

Nesta seção, descreve-se inicialmente a formulação matemática do modelo DC da rede elétrica, tal como considerada no modelo DESSEM-PAT [9]. Em seguida, apresenta-se a formulação matemática do modelo DC com perdas, tal como implementada atualmente na versão 5.1 do modelo DESSEM-PAT. Esta formulação apresenta alguns aprimoramentos em relação à apresentada em [10].

##### 3.1.1. Modelo DC da rede elétrica

O modelo DC [11], fornece uma aproximação da distribuição dos fluxos ativos no sistema, na qual se despreza o efeito da tensão/potência reativa e se linearizam as equações de fluxo de potência ativa na rede. Esse modelo é baseado no forte acoplamento entre a potência ativa e o ângulo das tensões e apresenta resultados tanto melhores quanto maior for o nível de tensão do sistema representado, com um menor custo computacional, quando comparado ao modelo AC.

Desprezando-se as perdas, o fluxo ativo em um dado circuito  $i$  entre duas barras  $k$  e  $m$  é dado por:

$$f_i = -V_k V_m b_i \text{sen} \theta_{km} \quad (3.1)$$

onde:

$f_i$ : fluxo de potência ativa na linha  $i$ ;

$V_k, V_m$ : tensões das barras  $k$  e  $m$ , que são as barras extremas da linha  $i$ ;

$b_i$ : susceptância da linha  $i$ ;

$\theta_{km}$ : diferença angular entre as barras  $k$  e  $m$ ;

Adotando-se as seguintes aproximações na equação (3.1):

$$V_k \approx V_m \approx 1 \text{ p.u.} \quad (3.2)$$

$$\text{sen} \theta_{km} \approx \theta_{km} \quad (3.3)$$

$$b_i \approx \frac{-1}{x_i}, \quad (3.4)$$

onde  $x_i$  é a reatância do circuito  $i$ , obtém-se:

$$f_i = b_i \theta_{km} = \frac{\theta_k - \theta_m}{x_i}. \quad (3.5)$$

A expressão (3.5) representa o fluxo ativo no circuito  $i$  como função dos ângulos de tensão  $\theta$  na rede elétrica.

Entretanto, não é interessante representar todas as variáveis  $\theta$  diretamente no problema de programação linear (PL) resolvido pelo DESSEM-PAT para cada subproblema, pois isto aumentaria em muito o seu tamanho. Os valores de  $\theta$  podem ser obtidos resolvendo-se o seguinte sistema linear:

$$P = B\theta, \quad (3.6)$$

onde:

$P$ : vetor com as injeções de potência ativa (geração menos carga) nas barras;

$\theta$ : vetor com os ângulos das tensões nodais nas barras;

$B$ : matriz de incidência / susceptância da rede.

Para que o sistema linear (3.6) seja determinado, é preciso fixar o valor de ângulo em uma das barras do sistema, a qual é denominada barra de referência da rede, com um valor  $\theta = 0$ . Conhecidos os valores do vetor  $P$ , pode-se resolver (3.6) e obter os valores de  $\theta$  em função de  $P$ . Desta forma, os fluxos nas linhas passam a ser função das injeções de potência em todas as barras do sistema, como mostrado abaixo:

$$f_i = \sum_{b=1}^{NB} \kappa_{bi} (p_b - d_b), \quad (3.7)$$

onde:

$p_b$  : geração da barra  $b$ ;

$d_b$  : carga da barra  $b$ ;

$\kappa_{bi}$  : fator de participação da injeção na barra  $b$  no fluxo ativo da linha  $i$ ;

$NB$  : número de barras na rede elétrica;

Ressalta-se que os fatores de participação  $\kappa_{ji}$  não dependem das injeções e cargas na rede, apenas de sua topologia e das características físicas dos circuitos.

### Restrições de Atendimento à demanda por barra

Com a inclusão da rede elétrica, as equações de atendimento à demanda (2.2) passam a ser escrita por barra, como segue:

$$\sum_{j \in Bt_i} gt_j^t + \sum_{j \in Bh_i} gh_j^t + \sum_{k \in \Gamma_{Li}} f_{de(k) \rightarrow i}^t = d_i^t, \quad i = 1, \dots, NB \quad (3.8)$$

onde  $\Gamma_{Li}$  denota o conjunto de linhas que se conectam à barra  $i$ .

#### 3.1.2. Restrições de Limite de Fluxo

A injeção  $p$  na barra na equação (3.7) corresponde à soma das gerações hidroelétricas e termoelétricas conectadas à barra e, desta forma, os fluxos nas linhas se tornam função direta das variáveis de decisão do problema resolvido pelo DESSEM-PAT. Assim, as restrições de limite de fluxo nas linhas podem ser representadas diretamente como função das variáveis do problema:

$$-\bar{f}_i \leq \sum_{b=1}^{NB} \kappa_{bi} \left[ \sum_{j \in Bh_b} gh_j^t + \sum_{j \in Bt_b} gt_j^t - d_i^t \right] \leq \bar{f}_i, \quad (3.9)$$

onde  $Bh_b$  e  $Bt_b$  são, respectivamente, o conjunto de usinas hidroelétricas e usinas termoelétricas conectadas diretamente à barra  $b$ . Observa-se que o limite de fluxo deve ser considerado em ambos os sentidos.

### 3.1.3. Restrições de Somatório de Fluxo

Além das restrições de limite de fluxo, podem ser consideradas no modelo DESSEM-PAT restrições de somatório de fluxos nos circuitos e/ou injeções nas barras da rede, como segue<sup>1</sup>:

$$\underline{SC}_i^t \leq SC_i^t = \sum_{j=1}^{NB} \xi_{B_{ji}} (p_j^t - d_j^t) + \sum_{j=1}^{NL} \xi_{L_{ji}} f_j^t \leq \overline{SC}_i^t, \quad i = 1, \dots, NSC. \quad (3.10)$$

onde:

$\xi_{B_{ji}}$ : fator de participação da injeção da barra  $j$  na inequação  $i$ ;

$\xi_{L_{ji}}$ : fator de participação do fluxo na linha  $j$  na inequação  $i$ ;

$\underline{SC}_i^t, \overline{SC}_i^t$ : limites inferior e superior para a inequação  $i$ , no período  $t$ .

As restrições de somatório de fluxo podem ser consideradas, na modelagem DC descrita neste trabalho, de forma similar às restrições de limite de fluxo, tanto nas alternativas com e sem perdas.

### 3.1.4. Consideração das perdas na modelagem DC

Segundo a modelagem AC da rede elétrica, o fluxo de potência ativo  $f_i$  em uma linha que conecta as barras  $k$  a  $m$ , no sentido de  $k$  para  $m$ , é dado por:

$$f_i^{k \rightarrow m} = V_k^2 g_i - V_k V_m g_i \cos \theta_{km} - V_k V_m b_l \sin \theta_{km} \quad (3.11)$$

onde  $g_i$  é a condutância série do circuito  $i$ . De maneira análoga tem-se:

$$f_i^{m \rightarrow k} = V_m^2 g_i - V_m V_k g_i \cos \theta_{mk} - V_m V_k b_l \sin \theta_{mk}. \quad (3.12)$$

Sabendo-se que  $\cos \theta_{mk} = \cos \theta_{km}$  e  $\sin \theta_{mk} = -\sin \theta_{km}$ , as perdas de transmissão  $\tilde{l}_i$  na linha  $i$  serão dadas por:

$$\tilde{l}_i = f_i^{k \rightarrow m} + f_i^{m \rightarrow k} = g_i (V_m^2 + V_k^2 - 2V_m V_k \cos \theta_{km}). \quad (3.13)$$

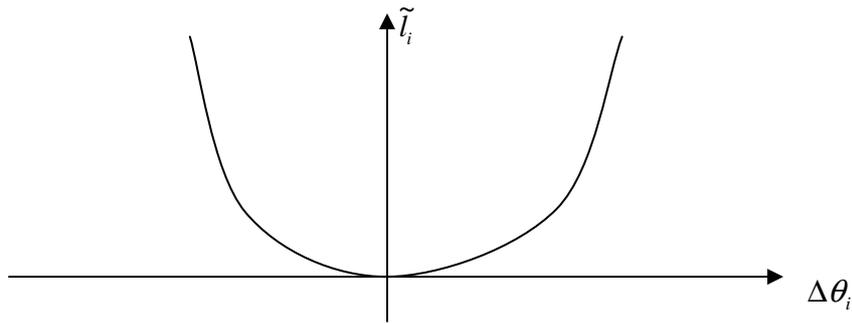
Além das aproximações (3.2) e (3.3) já mencionadas anteriormente para os valores de  $V$  e  $\theta$ , introduz-se também a seguinte aproximação:

$$\cos \theta_{km} \cong 1 - \theta_{km}^2 / 2, \quad (3.14)$$

obtendo-se então a seguinte expressão para as perdas no circuito  $i$ :

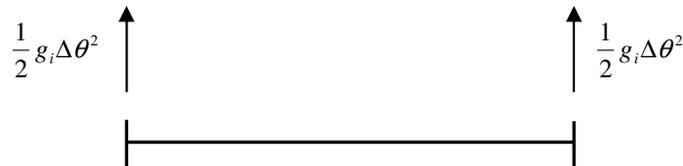
$$\tilde{l}_i = g_i (\Delta\theta_i)^2, \quad (3.15)$$

onde  $\Delta\theta_i$  é a diferença angular na barra  $i$ , que equivale a  $\theta_{km}$  na notação adotada anteriormente. O gráfico da função de perdas é mostrado na Figura 3.1.



**Figura 3.1** Perdas em um circuito em função da diferença angular entre suas barras extremas, segundo a modelagem DC com perdas

Nos modelos de fluxo de potência, o procedimento usual para representar as perdas nos circuitos é através de cargas fictícias nas barras das extremidades do circuito, onde para cada carga se atribui metade da perda total, conforme mostra a Figura 4.2:



**Figura 3.2** Representação das perdas no circuito como cargas fictícias.

Com a inclusão das perdas na rede elétrica, as equações de atendimento à demanda por barra passam a ser escritas da forma:

$$\sum_{j \in B_i} g t'_j + \sum_{j \in B_i} g h'_j + \sum_{k \in \Gamma_{L_i}} f'_{de(k) \rightarrow i} = d'_i + \sum_{k \in \Gamma_{L_i}} \frac{l'_k}{2}, \quad i = 1, \dots, NB \quad (3.16)$$

---

<sup>1</sup> Estas restrições são denominadas pelo ONS de “inequações” da rede, e têm o objetivo de assegurar requisitos de controle de tensão e suporte de reativo no sistema, os quais são desprezados na modelagem DC da rede.

onde  $\Gamma_{L_i}$  é o conjunto de linhas que se conectam diretamente à barra  $i$ .

Para cálculo dos fluxos, o modelo de fluxo DC com a adição destas cargas fictícias fica representado matricialmente por:

$$P + \tilde{l} = B \theta, \quad (3.17)$$

e, representado os fluxos a partir dos fatores de participação  $\kappa_{ji}$ , tal como em (3.7), obtém-se a seguinte equação para o fluxo em uma linha  $i$  na modelagem DC com perdas:

$$f_i = \sum_{j=1}^{NB} \kappa_{ji} (p_i - d_i) + \sum_{j=1}^{NL} \left( \kappa_{de(j)i} \left( -\frac{\tilde{l}}{2} \right) + \kappa_{para(j)i} \left( -\frac{\tilde{l}}{2} \right) \right), \quad (3.18)$$

onde  $de(i)$  e  $para(i)$  representam as barras extremas de um determinada linha  $i$ .

## 3.2. Estratégia de Resolução

Na resolução do subproblema de cada estágio em cada iteração da PDD, a consideração das restrições da rede elétrica é feita através de um processo iterativo. As restrições de limite de fluxo (3.9) e de somatório de fluxos (3.10) são tratadas pela técnica denominada de *outer approximation* [12], [13], conforme descrito na seção 3.2.1. Já as equações das perdas nos circuitos (3.15) são representadas por um modelo linear por partes dinâmico, conforme detalhado na seção 3.2.2.

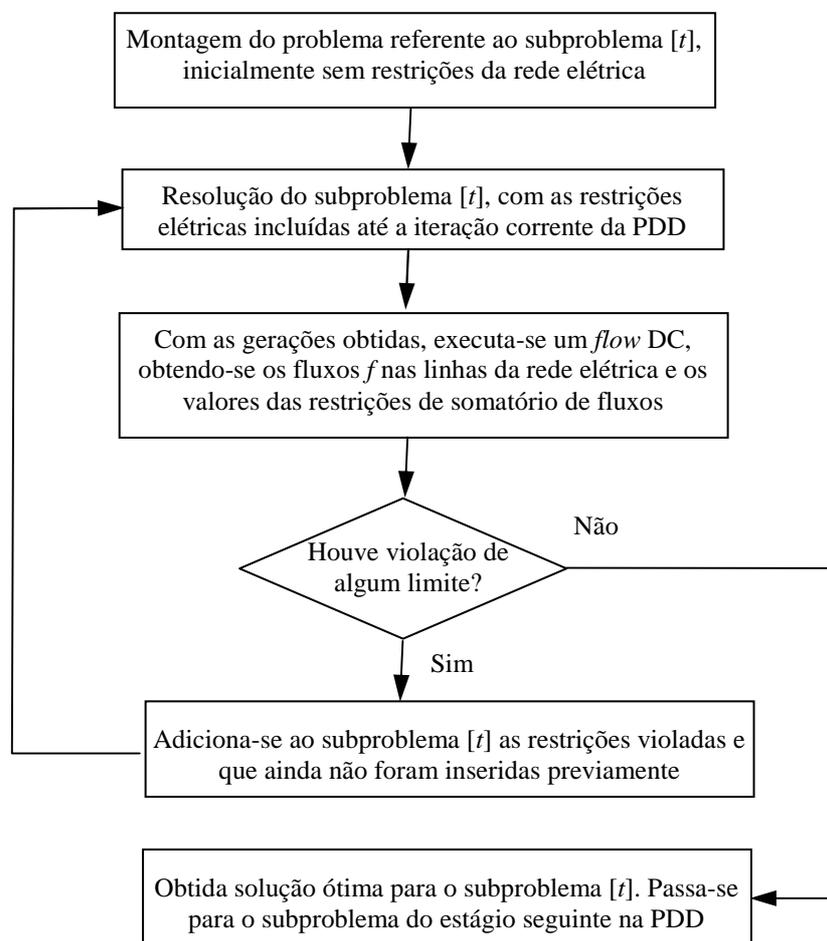
### 3.2.1. Restrições de limite de fluxo e de somatório de fluxos

A introdução de todas as restrições do tipo (3.9) e (3.10) diretamente no problema de PDO dificultaria bastante a sua resolução. Além disso, na operação de sistemas de potência, em geral apenas um percentual bastante pequeno das restrições de limite de fluxo se tornam ativas. Portanto, torna-se vantajoso utilizar um processo iterativo, no qual as restrições vão sendo inseridas no problema apenas na medida em que se tornam necessárias [12], [13]. Este processo, que é realizado para cada subproblema em cada iteração da PDD, é detalhado a seguir.

Inicialmente, o despacho ótimo das usinas (gerações hidroelétricas e termoelétricas, operação das usinas hidroelétricas, etc...) é determinado considerando-se apenas os limites de intercâmbio entre os subsistemas. Posteriormente, um módulo de fluxo de potência DC é

realizado de forma a resolver o sistema (3.6) a partir do vetor de geração  $P$  nas barras do sistema. Em seguida, obtêm-se os fluxos nos circuitos pela expressão (3.7) e, a partir destes fluxos, os valores das restrições de limites de fluxo (3.9) e de somatórios de fluxos (3.10). Esses valores são verificados em relação aos seus limites permitidos e, em caso de violações, as restrições (3.9) e (3.10) correspondentes são inseridas no problema, o qual é resolvido novamente. Este processo iterativo continua até que todas essas restrições sejam atendidas, quando então se obtém uma solução ótima e viável<sup>1</sup> para o subproblema corrente, passando-se para o subproblema seguinte da PDD.

A Figura 3.3 ilustra este procedimento, para o caso em que as perdas nas linhas de transmissão não são consideradas no problema.



**Figura 3.3 - Procedimento iterativo para consideração das restrições de limite na rede elétrica na resolução de cada subproblema  $[t]$  ao longo do processo iterativo de PDD.**

<sup>1</sup> Na prática, inserem-se variáveis de folga para todas as restrições de limite na rede, de forma que o subproblema se torne sempre viável matematicamente. Os valores não nulos das variáveis de folga são informados ao usuário no arquivo LOG\_INVIAB.

### 3.2.2. Com Restrições de Perdas

Em geral, nos modelos de *load flow* DC com perdas, realiza-se um processo iterativo para a consideração das perdas. Para um dado “ponto de operação” (um dado valor para os vetores  $p$  e  $d$ ), calculam-se os fluxos e o vetor  $\Delta d^{(1)}$  com as perdas em cada barra (segundo a distribuição descrita na Figura 3.2). Posteriormente, calculam-se novos valores de fluxo com as cargas dadas pelo vetor  $d + \Delta d^{(1)}$ , e obtêm-se novos valores  $\Delta d^{(2)}$  para as perdas nas linhas. Em seguida, atualiza-se o vetor de cargas com os valores de  $d + \Delta d^{(2)}$  e calculam-se novos fluxos e novas perdas  $\Delta d^{(3)}$ . Em geral, em poucas iterações converge-se para uma situação em que  $\Delta d^{(k)} \approx \Delta d^{(k+1)}$ , e considera-se que as perdas estão suficientemente representadas, segundo a formulação teórica da modelagem DC com perdas.

Embora represente as perdas de forma correta, mostra-se que, no modelo DESSEM-PAT, o processo iterativo descrito no parágrafo anterior não garantiria a otimalidade da solução final, ou seja, que a solução obtida fosse de mínimo custo. O problema é que, em cada iteração desse processo, os valores de geração  $p$  já estão determinados (com base nas estimativas anteriores para as perdas), e busca-se obter os novos valores  $\Delta d$  para as perdas. No modelo DESSEM-PAT, os valores de  $p$  são variáveis de decisão do problema de otimização, que necessita ter a informação da função de perdas (3.15) para que as gerações sejam obtidas considerando-se os impactos das perdas nos custos de operação do sistema. Em resumo, os valores de geração  $p$  e os valores de perdas  $\Delta d$  devem ser obtidos **simultaneamente** e, para tal, é necessário que as perdas sejam incorporadas dentro do problema de otimização.

A incorporação das perdas pode ser feita substituindo-se a equação (3.15) por um modelo linear por partes, cujos cortes tangenciam a função por baixo, conforme mostra a Figura 3.4.

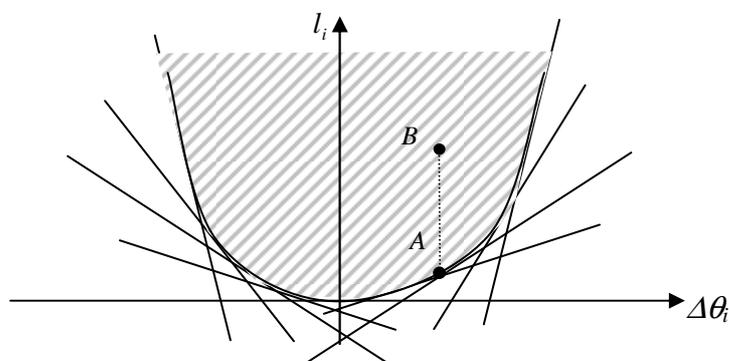


Figura 3.4 – Exemplo de uma aproximação linear por partes para as perdas de transmissão em uma linha  $i$ .

Os cortes correspondem a inequações no problema de programação linear, as quais definem como região viável para o problema todos os pontos situados acima da curva de perdas, representados pela região hachureada na Figura 3.4. Nesta aproximação, supõe-se que o modelo irá sempre preferir se situar exatamente sobre a curva linear por partes, já que os pontos acima dessa curva levariam a perdas maiores para o sistema e, em consequência, a um maior custo de operação.

Entretanto, não é razoável incluir, no problema de otimização, todos os cortes do modelo linear por partes para as perdas em todas as linhas da rede elétrica, por dois motivos:

- o número de restrições para o problema de programação linear (PPL) em cada estágio da PDD pode se tornar muito grande, uma vez que se deve inserir várias inequações para cada linha;
- o método SIMPLEX, utilizado para resolver o problema de otimização, tende a encontrar como solução ótima um dos vértices do poliedro que define a região viável do problema. Desta forma, o estabelecimento *a priori* de um modelo linear por partes para as perdas pode levar a uma discretização dos valores “candidatos” para as diferenças angulares e, consequentemente, para os fluxos nas linhas.

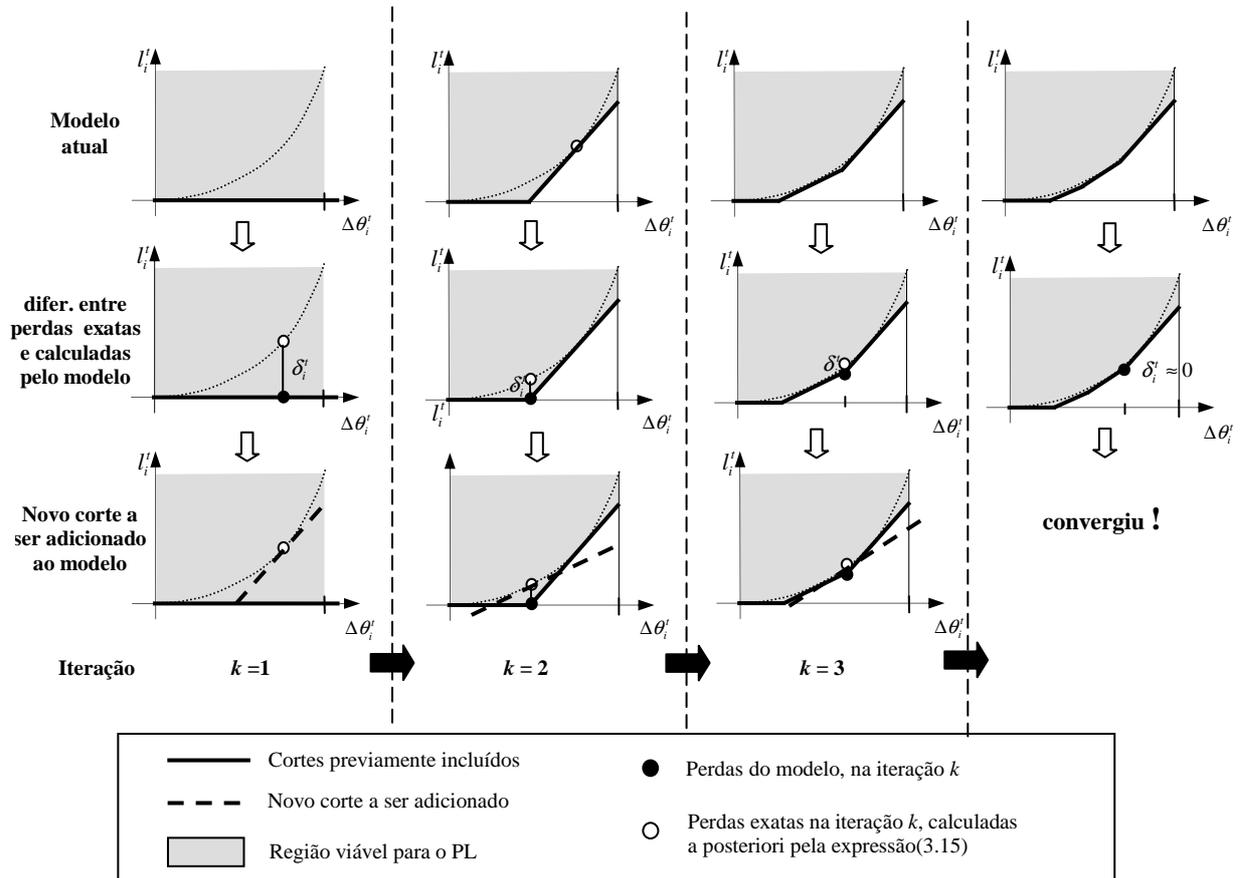
De forma a contornar os inconvenientes apontados acima, implementou-se, no modelo DESSEM-PAT, um modelo linear por partes dinâmico para aproximar a expressão quadrática de perdas (3.15) nos circuitos da rede elétrica. Essa estratégia, ilustrada na Figura 3.5, consiste em inserir, a cada iteração de resolução do PPL, um novo corte linear para aproximar as perdas, o qual depende do ponto de operação obtido na iteração anterior de resolução do PPL. Assim, evita-se escolher *a priori* os pontos que tangenciam a curva exata de perdas. As etapas deste procedimento são resumidas a seguir.

**Passo 1.** Inicialização.  $k=1$ . Utiliza-se a inequação  $l_i^k \geq 0$  como aproximação inicial para as perdas em todas as linhas  $i=1, \dots, NL$  e todos os intervalos de tempo  $t=1, \dots, T$ .

**Passo 2.** Resolve-se o subproblema com a aproximação atual para as perdas, representada pelas inequações (3.26), que serão descritas adiante. Como resultado, obtém-se um vetor  $p^t$  com as gerações de todas as usinas hidroelétricas e termoeelétricas para o intervalo  $t$ .

**Passo 3.** Para cada intervalo  $t$ , resolve-se o sistema linear (3.19). Desta forma, a partir do vetor  $p^t$ , obtém-se os fluxos nas linhas assim como as perdas do modelo para cada linha, calculadas pela expressão (3.26), e indicadas pelos pontos pretos na Figura 3.5.

$$p^t - d^t = B\theta^{t(k)} \quad , \quad (3.19)$$



**Figura 3.5 – Exemplo do processo iterativo para representação das perdas em certa linha  $i$  em um dado intervalo  $t$ .**

**Passo 4.** Para cada linha  $i$  e intervalo  $t$ , calculam-se as perdas reais (exatas) pela expressão (3.20). Estas perdas são representadas pelos pontos brancos na Figura 3.5.

$$l_i^{(k)} = g_i(\Delta\theta_i^{t(k)})^2 \quad (3.20)$$

onde  $\Delta\theta_i^{t(k)} = \theta_{de(i)}^{t(k)} - \theta_{para(i)}^{t(k)}$

**Passo 5.** Para cada linha  $i$  e intervalo  $t$ , calcula-se o erro  $\delta_i^t$  na aproximação para as perdas, ilustrado na segunda linha de gráficos da Figura 3.5, e dado por:

$$\delta_i^t = l_i^{t(k)} - l_i^t. \quad (3.21)$$

Caso todos os erros sejam inferiores a uma dada tolerância  $\varepsilon$ , ou um número máximo de iterações for atingido, interrompe-se o processo. No primeiro caso, uma solução ótima do subproblema foi encontrada (para a precisão desejada para as perdas).

**Passo 6.** Para cada linha  $i$  e intervalo  $t$  onde o desvio entre as perda exata e a calculada pelo modelo for superior à tolerância especificada, constrói-se uma novo corte para o modelo linear por partes da função, que será tangente à curva exata no valor de  $\Delta\theta_i^{(k)}$  calculado no passo 2. Este novo corte é ilustrado pelo segmento pontilhado na Figura 3.5. Volta-se ao Passo 2.

### Cálculo do novo corte a ser incluído para o modelo das perdas

Suponha que, no Passo 6 do algoritmo descrito acima, deseja-se calcular uma nova aproximação tangente à curva exata das perdas para a linha  $i$  e período  $t$ , no ponto  $\Delta\theta_i^{(k)}$  obtido ao se resolver o subproblema corrente. Aplicando aproximação de Taylor de primeira ordem para a função (3.15), obtém-se a expressão abaixo:

$$l_i^t \geq l_i^{t(k)} + \frac{dl_i}{d\Delta\theta_i}(\Delta\theta_i^{(k)})\left(\Delta\theta_i^t - \Delta\theta_i^{(k)}\right), \quad (3.22)$$

onde a função  $l_i(\Delta\theta)$  não varia com o intervalo de tempo. Representando-se em (3.22) a expressão dessa função (termo à direita em (3.15)) e tomando sua derivada, obtém-se:

$$l_i^t \geq g_i(\Delta\theta_i^{(k)})^2 + 2g_i(\Delta\theta_i^{(k)})\left(\Delta\theta_i^t - \Delta\theta_i^{(k)}\right). \quad (3.23)$$

Rearranjando os termos em (3.23) de forma a colocar os valores conhecidos no lado direito, obtém-se a seguinte restrição:

$$l_i^t - 2g_i\Delta\theta_i^{(k)}\left(\theta_{de(i)}^t - \theta_{para(i)}^t\right) \geq -g_i(\Delta\theta_i^{(k)})^2. \quad (3.24)$$

Entretanto, como explicado anteriormente, não se deseja representar os ângulos de tensão no problema linear a ser resolvido, pois isto resultaria em um elevado esforço computacional. Portanto, utilizam-se os fatores de participação mostrados em (3.7) de forma a expressar as perdas nas linhas em função das injeções de potência na rede:

$$l_i^t - 2g_i\Delta\theta_i^{(k)}x_i\left(\sum_{b=1}^{NB}\kappa_{bi}(p_b^t - d_b^t)\right) \geq -g_i(\Delta\theta_i^{(k)})^2. \quad (3.25)$$

Duas modificações se tornam necessárias ainda em (3.25):

- As perdas nas outras linhas da rede elétrica também deveriam ser representadas como cargas no segundo termo no lado esquerdo;
- O vetor  $p_b^t$  deve ser substituído pela soma das gerações hidroelétricas e/ou termoelétricas que venham a ser injetadas na barra  $b$  (vide eq. (3.7)).

Finalmente, colocando novamente os valores conhecidos do lado direito da expressão acima, obtém-se a expressão final para o modelo linear por partes dinâmico para as perdas implementado no modelo DESSEM-PAT:

$$l_i^t - 2g_i \Delta\theta_i^{t(k)} x_i \sum_{b=1}^{NB} \kappa_{bi} \left( \sum_{j \in Bh_i} gh_j^t + \sum_{j \in Bt_i} gt_j^t \right) + 2g_i x_i \sum_{b=1}^{NB} \kappa_{bi} \left( \sum_{j \in \Omega_{tb}} l_j^t / 2 \right) \geq \cdot [\text{Corte}_{i,j,k}] \quad (3.26)$$

$$\geq -g_i \left( \Delta\theta_i^{t(k)} \right)^2 - 2g_i x_i \left( \sum_{b=1}^{NB} \kappa_{bi} d_b^t \right),$$

para  $i = 1, \dots, NL$ ,  $t = 1, \dots, T$ ,  $k = 1, \dots, K_{i,t}$ , onde  $K_{i,t}$  é o número de aproximações obtidas até então para a modelagem das perdas na linha  $i$  e intervalo  $t$ .

### Considerações

Ressalta-se que o bloco da matriz do PL representado pelas restrições (3.26) é denso, já que:

- na expressão para as perdas na linha  $i$ , as perdas em todas as outras linhas do sistema estão incluídas;
- os fatores de participação  $\kappa_{ij}$  são obtidos a partir da resolução do sistema linear (3.19). Embora a matriz  $B$  de susceptância da rede seja esparsa, sua inversa não é. Ou seja, o fluxo em uma linha de transmissão (assim como as perdas correspondentes) podem depender da injeção de potência em um conjunto muito grande de barras do sistema.

Adicionalmente, observa-se que, para o problema como um todo (considerando todos os intervalos de tempo) o número de restrições do tipo (3.26) vale  $NL \times T \times K$ , onde  $K$  é o número médio de restrições por linha. Este valor pode se tornar muito grande, dependendo do tamanho do problema. Portanto, com uma sub-matriz tão grande e não esparsa, a complexidade na resolução do problema de programação diária da operação pode aumentar significativamente.

É importante ressaltar, entretanto, que a metodologia proposta representa as perdas nas linhas de maneira muito mais acurada e eficiente que uma aproximação linear por partes direta da função, por dois motivos:

- no método SIMPLEX de programação linear, a solução ótima em geral atinge um dos pontos de quebra da curva linear por partes. Assim, evita-se uma discretização a priori de possíveis “pontos candidatos” para a solução do problema, já que no modelo dinâmico proposto, os cortes são calculados em função dos resultados obtidos ao longo das iterações de resolução do subproblema em questão;
- os desvios entre o modelo exato quadrático e a aproximação linear por partes dinâmica pode ser reduzido de forma arbitrária ao se utilizar um valor mais rigoroso de tolerância  $\epsilon$ , mantendo-se ainda um número máximo de cortes para o modelo de cada linha, como será discutido em mais detalhes na seção 3.3.2.

### 3.2.3. Processo Iterativo como um todo

O problema de PDO é resolvido considerando-se simultaneamente as restrições de limite de fluxo nas linhas (descrita na seção 3.2.1) e a modelagem linear por partes dinâmica para as perdas nos circuitos (descrita na seção 3.2.2). Após alguns testes de possíveis combinações para a inclusão de ambos os tipos de restrição, o seguinte procedimento se mostrou mais adequado para a resolução de cada PPL no modelo DESSEM-PAT:

- inicialmente, realiza-se o processo iterativo para consideração das restrições de limite de fluxo e de somatório de fluxos, descritos na seção 3.2.1, até que todas as violações tenham sido eliminadas;
- aplica-se o modelo linear por partes dinâmico descrito na seção 3.2.2, para consideração das restrições de perdas nos circuitos. Durante esse processo, é provável que as injeções de potência e os ângulos de tensão nas barras se modifiquem, devido a modificações na solução ótima do subproblema quando se incluem as perdas. Portanto, embora todas as restrições de fluxo do tipo (3.9) e (3.10) já inseridas anteriormente continuem a ser atendidas, é possível que outras restrições de limite, que anteriormente eram atendidas com folga, possam ficar violadas;
- sempre que novas restrições de limite (3.9) e (3.10) sejam violadas, deve-se incluí-las ao subproblema. Quando todas essas violações forem eliminadas novamente, o processo iterativo retorna para a inclusão de novos cortes para a aproximação das perdas;

- Esse processo iterativo entre a inserção de restrições de limite e a inserção de restrições de perdas termina quando não houver mais restrições de limite violadas e os desvios entre as perdas exatas nas linhas e as perdas calculadas pelo modelo forem inferiores à tolerância especificada. Alternativamente, inclui-se como outro critério de parada um número máximo de iterações.

Em resumo, um procedimento hierárquico é aplicado, como mostra o fluxograma da Figura 3.6: as restrições de limite na rede (3.9) e (3.10) são primeiro tratadas, antes que o processo iterativo para aproximação das perdas seja iniciado (ou reiniciado). Nos testes realizados pelo CEPEL, verificou-se que a grande vantagem desse procedimento é que se evita a construção de cortes para as perdas para valores de diferença angular  $\Delta\theta$  que não podem ocorrer, devido às restrições de limite na rede.

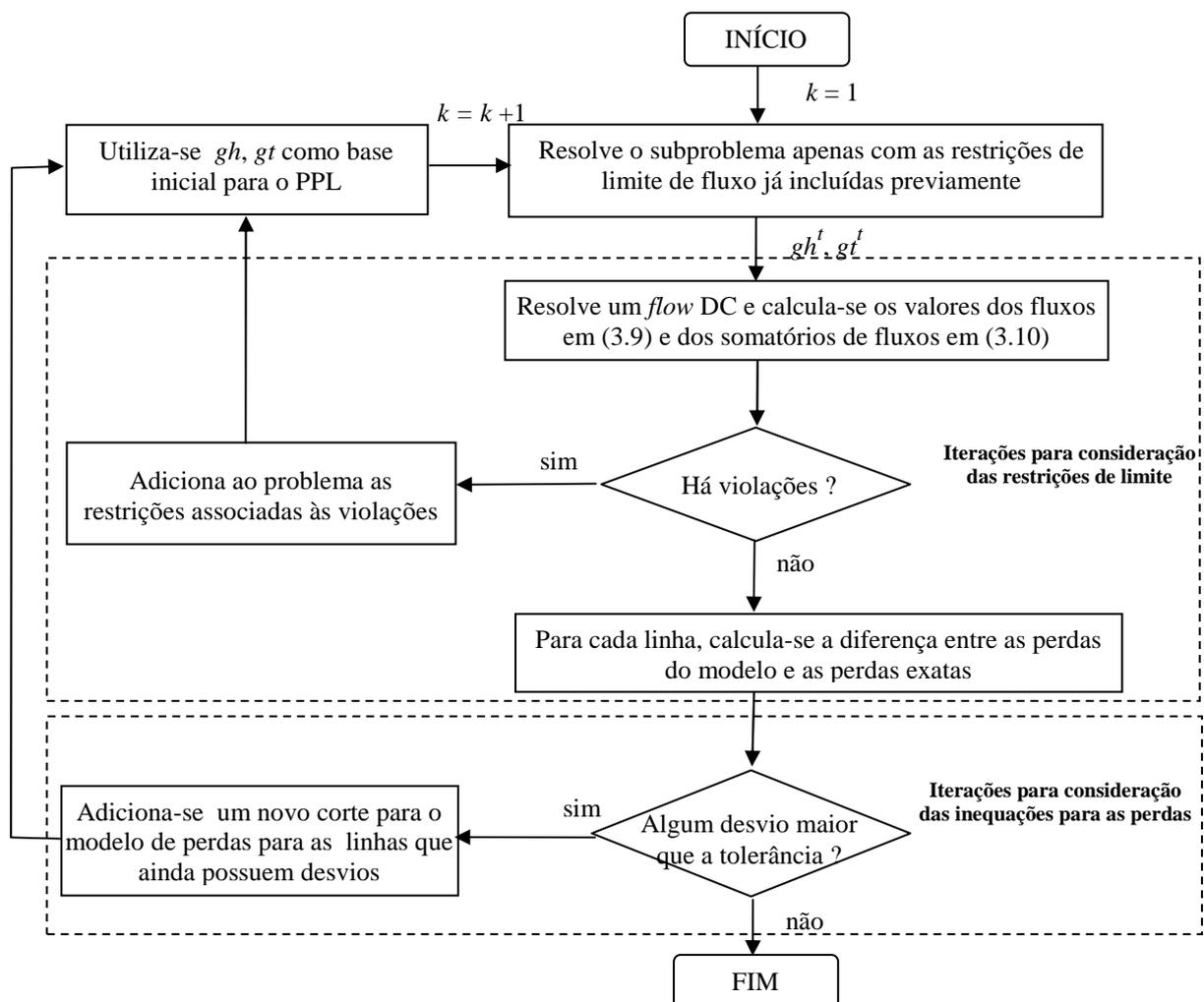


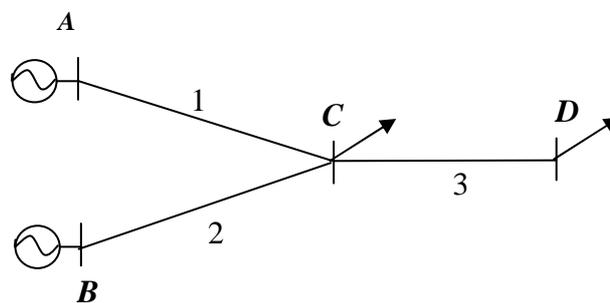
Figura 3.6 – Fluxograma do processo iterativo para considerar simultaneamente as restrições de limite de fluxo e as aproximações para as perdas em PPL resolvido pelo modelo DESSEM-PAT.

### 3.3. Aspectos adicionais da Implementação da Metodologia

Descrevem-se a seguir alguns aspectos importantes da implementação, no modelo DESSEM-PAT, da metodologia de consideração das perdas descrita neste documento.

#### 3.3.1. Cálculo das perdas nas linhas “radiais para as cargas”

Parte da rede elétrica é composta de linhas denominadas de “radiais para as cargas”. Este conceito é uma extensão do conceito usual de linha radial, onde se leva em consideração a localização dos geradores na rede. Observe a Figura 3.7 a seguir.



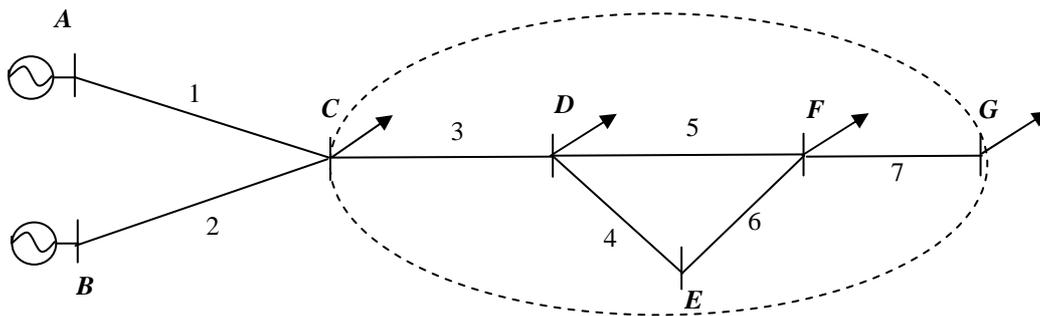
**Figura 3.7 - Exemplo de uma linha radial para as cargas (#3) na rede elétrica.**

Todas as linhas são radiais, já que não há malhas fechadas na rede. Entretanto, há uma diferença entre a linha 3 e as linhas 1 e 2: enquanto os fluxos nas linhas 1 e 2 dependem dos valores de geração a serem determinadas pelo modelo para os geradores situados nas barras A e B, o fluxo na linha 3 pode ser calculado *a priori*, já que corresponde ao valor de carga na barra D<sup>1</sup>. Conhecendo-se o fluxo  $f_3$  na linha, também se podem calcular *a priori* as perdas  $\tilde{l}_3$ , combinando-se as expressões (3.5) e (3.15):

$$\tilde{l}_3 = g_3 f_3 x_3 \quad (3.27)$$

Devido a esta característica de não possuir geração a partir de uma de suas extremidades, a linha 3 é denominada “linha radial para as cargas”. É importante ressaltar que esse conceito pode ser utilizado também para linhas malhadas que se situem em “regiões radiais para as cargas”, conforme mostra a Figura 3.8.

<sup>1</sup> Na verdade, o fluxo na linha pode ser diferente, caso haja cortes de carga na barra D. Entretanto, atualmente não se permitem cortes de carga no modelo DESSEM-PAT quando a rede elétrica é considerada.



**Figura 3.8 - Exemplo de “região radial para as cargas”, indicada em linha tracejada. As linhas 4 a 6, apesar de formarem uma malha, pode ser considerada “linha radial para as cargas”.**

Observa-se que as linhas 4 a 6 formam uma malha. No entanto, esta malha está contida em uma “região radial para as cargas”, indicada em linha pontilhada. Uma região é denominada desta forma quando não possui geradores e, uma vez substituída por uma linha “equivalente”, esta linha se tornaria radial para as cargas (no caso, seria a linha 3 na Figura 3.7). Conhecendo-se o montante de potência transmitida da barra D para a barra F (que, no exemplo, corresponde à soma das cargas nas barras F e G com as perdas na linha 7), os fluxos nas linhas 4 a 6 são determinados a partir das relações entre as reatâncias nestas três linhas.

Pode-se observar que todas as linhas radiais para as cargas ou situadas em uma região radial para as cargas podem ter os seus fluxos - e posteriormente, as perdas - calculados antes da determinação do despacho pelo modelo DESSEM-PAT. Portanto, para estas linhas não é necessário inserir restrições de limite nem a modelagem linear por partes para as perdas, pois estas são representadas diretamente como cargas adicionais já conhecidas.

### 3.3.2. Gerenciamento dos cortes

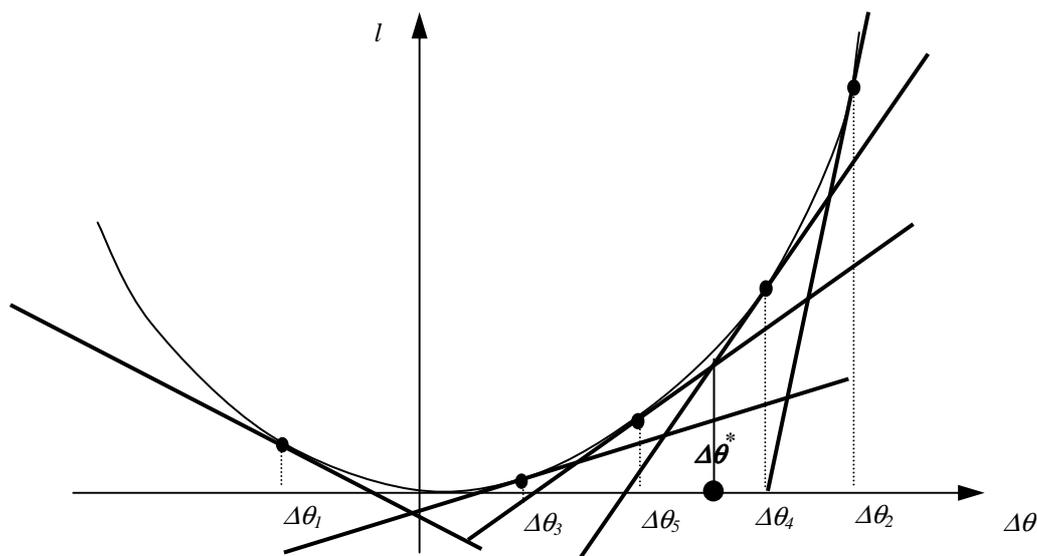
Durante o processo iterativo de modelagem das perdas, poderiam ser necessários muitas inequações (cortes) do tipo (3.26) até se atingir a precisão desejada para o valor das perdas em uma linha. Considerando-se o número de circuitos da rede elétrica e o número de intervalos de tempo considerados no problema de programação, o armazenamento de todos os cortes construídos ao longo do processo pode causar dois problemas:

- consumir uma quantidade muito grande de memória, que pode tornar proibitiva a execução do programa na prática. Ressalta-se que, como discutido na seção 3.2.2, esses cortes são densos, pois existem termos para quase todas as barras na rede;

- dificultar a resolução do PPL de cada estágio da PDD, devido ao grande número de restrições e elementos na matriz.

Entretanto, observa-se que, por construção, no máximo dois cortes se tornam ativos para cada linha e intervalo de tempo, já que a função linear por partes encontra-se no  $\Re^2$ . Assim, não há necessidade de se armazenar todos os cortes já construídos ao longo do processo. Decidiu-se armazenar então no máximo  $K$  cortes para cada par linha / intervalo, onde  $K$  é um parâmetro interno do modelo.

Considere que, em um determinado estágio e iteração da PDD, o processo iterativo para consideração das perdas em uma linha se deu conforme mostrado na Figura 3.9, com a construção de  $k$  cortes (no exemplo,  $k=5$ ). O valor  $\Delta\theta^*$  corresponde ao ângulo obtido ao final da resolução desse PPL, para o qual a diferença entre a função exata de perdas (3.15) e o modelo linear por partes (3.26) é inferior à precisão  $\varepsilon$  estabelecida para a modelagem.



**Figura 3.9 - Exemplo de um processo iterativo para representação das perdas em uma determinada linha e período de tempo.**

Nesta figura,  $\Delta\theta_i$  representa o valor de ângulo obtido no  $i$ -ésimo corte adicionado. A exposição que segue independe se o corte  $i$  já existia antes ou se foi adicionado na iteração corrente da PDD<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> O corte pode ter sido construído em uma iteração passada da PDD.

Os cortes são ordenados em um vetor  $J$ , em valores crescentes do ângulo na barra. Seja  $J_i$  o índice obtido, segundo esta ordenação, para o corte relacionado a  $\Delta\theta_i$ . No caso da Figura 3.9,  $J = [1,5,2,4,3]$  (por exemplo, o segundo corte, relacionado a  $\Delta\theta_2$  é o quinto corte em ordem crescente dos valores de  $\Delta\theta$ ).

Seja agora  $L_1$  o índice, no vetor  $J$ , do corte com maior valor de  $\Delta\theta$  à esquerda de  $\Delta\theta^*$ , e  $L_2$  o índice que se refere ao corte com menor valor de  $\Delta\theta$  à direita de  $\Delta\theta^*$  (no mesmo exemplo, tem-se  $L_1 = 5$  e  $L_2 = 4$ ). Se não houver nenhum corte à esquerda de  $\Delta\theta^*$ , faz-se  $L_1 = 0$  e, se não houver nenhum corte à direita de  $\Delta\theta^*$ , faz-se  $L_2 = k+1$ . Os cortes a serem armazenados são:

- se  $K$  for par: os cortes de índice  $I_{inic} = \max\{1; (L_1+1-k/2)\}$  até  $I_{fim} = \min\{k; (L_2-1+k/2)\}$ ;
- se  $K$  for ímpar: os cortes de índice  $I_{inic} = \max\{1; (L_1+1-(k-1)/2)\}$  até  $I_{fim} = \min\{k; (L_2-1+(k+1)/2)\}$ .

Finalmente, se  $n = (I_{fim} - I_{inic} + 1) < K$  (o que ocorrerá se  $I_{inic} = 1$  e/ou  $I_{fim} = k$ , ou seja, não existem  $K/2$  cortes para a esquerda e/ou à direita de  $\Delta\theta^*$ , respectivamente) procura-se armazenar mais cortes até o limite  $K$ , se possível, segundo a regra:

- Se  $I_{inic} = 1 \Rightarrow I_{fim} = I_{fim} + \min\{K-n; k\}$ ;
- Se  $I_{fim} = k \Rightarrow I_{inic} = I_{inic} - \max\{1; K-n\}$ .

Desta forma, mantendo-se no máximo  $K$  cortes para a modelagem das perdas em cada linha, o tamanho do problema fica sempre limitado, sem comprometer a acurácia na representação das perdas, já que os cortes desprezados não se encontravam ativos.

Após alguma experimentação prática, definiu-se o valor  $K = 4$ , que se mostrou satisfatório para os estudos de caso apresentados nos capítulos 4 e 5.

### 3.3.3. Restrições de Fechamento

Na solução do problema de PDO resolvido segundo a estratégia descrita na seção 3.2, pode ocorrer que o valor de perdas em determinada linha não se situe sobre a curva linear por partes definida pelos cortes. Ou seja, a variável  $l$  se situa acima dos cortes, como mostrado pelo ponto  $B$  na Figura 3.4. Assim, o modelo fornecerá um valor de perdas maior do que as

perdas exatas, o que levará a um despacho adicional de geração do sistema, para suprir uma carga adicional que na verdade não existe.

Nestes casos, é necessário um corte adicional para limitar superiormente a região viável para o problema, de forma a manter a diferença entre a perda exata e a calculada pelo modelo limitada a um valor aceitável. Duas alternativas para tratar essa questão, ilustradas na Figura 3.10, são propostas:

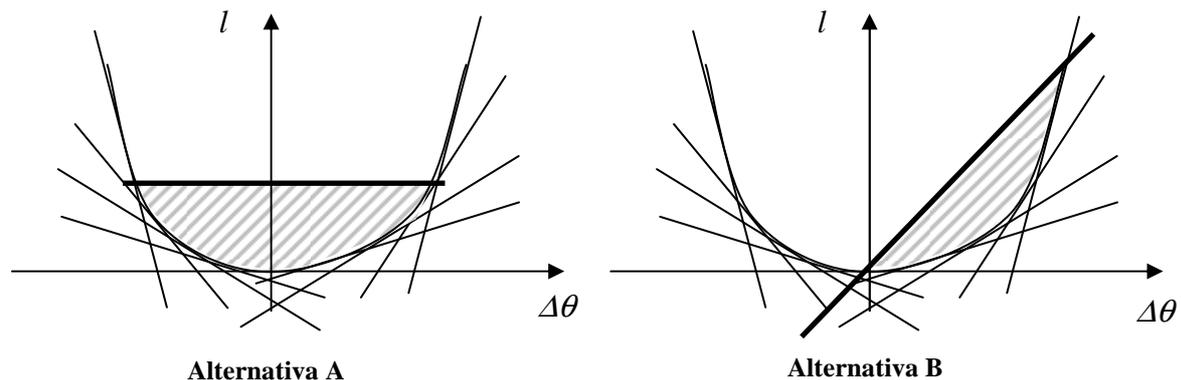


Figura 3.10 – Alternativas de fechamento da região viável para a modelagem das perdas nas linhas.

- **Alternativa A: inserir um corte horizontal:** A vantagem dessa alternativa é a de não excluir a região viável referente ao fluxo na linha no sentido contrário, já que um redespacho no sistema ao longo do processo iterativo poderia levar a essa inversão no sentido do fluxo na linha. Entretanto, esta alternativa permite valores maiores de desvios entre a perda exata e a do modelo, em relação à Alternativa B. Porém, como em geral os ângulos  $\Delta\theta$  são baixos, na maioria dos casos se consegue um desvio aceitável no valor de perdas para a linha;
- **Alternativa B: inserir um corte inclinado, no quadrante referente ao sentido do fluxo na linha.** Esta alternativa, apesar de não permitir a inversão do fluxo na linha após a sua inclusão, tem a vantagem de forçar uma menor diferença no desvio entre a perda exata e a do modelo.

Como orientação geral, pode-se considerar a Alternativa A quando ocorre um valor baixo de  $\Delta\theta$  (e conseqüentemente, um valor baixo de fluxo), e a Alternativa B para valores maiores de  $\Delta\theta$ , já que, no primeiro caso, há uma maior possibilidade de inversão de fluxo após se incluir a restrição de perdas e, no segundo caso, os valores de perdas tenderão a ser maiores.

Ressalta-se que as linhas para as quais é necessário incluir restrições de fechamento são um percentual muito pequeno das linhas do sistema, e correspondem aos pontos da rede onde ocorrem custos marginais negativos (ou seja, um acréscimo na carga de uma barra pode promover uma diminuição no custo de operação do sistema). Esta situação, apesar de não intuitiva, é passível de ocorrer porque um aumento de carga em um ponto da rede pode aliviar o limite de fluxo em uma outra linha do sistema, permitindo a substituição de uma geração de custo mais alto por uma de custo mais baixo, ou reduzir / eliminar a violação de alguma restrição operativa. Desta forma, o aumento no montante de geração do sistema é compensado por uma diminuição no custo unitário de geração ou pela diminuição dos altos custos de penalidade para violação das restrições operativas.

#### **3.3.4. Convergência da Programação Dinâmica Dual (PDD)**

O processo iterativo de PDD utilizado para resolver o problema multi-estágio de PDO pressupõe que não haja alterações no PL de cada subproblema ao longo das iterações, a menos das alterações referentes aos valores das variáveis de estado. A metodologia apresentada neste documento para consideração das perdas leva à modificação ao PL ao longo das iterações da PDD. Entretanto, observa-se que não há exclusão de restrições ao longo do processo de PDD, apenas inclusão. Como a função de custo futuro (FCF) de cada estágio se constitui em uma aproximação inferior do custo de operação, a inclusão de restrições leva sempre a um custo maior ou igual ao anterior, quando a restrição não era considerada. Desta forma, todos os cortes incluídos em determinada iteração permanecem válidos para as iterações seguintes.

Deve-se apenas ter o cuidado de desprezar o limite superior da PDD obtido até a iteração anterior à corrente, sempre que uma nova restrição para a modelagem das perdas for inserida no problema. Isto se deve ao fato de que este limite superior (que corresponde ao custo de operação obtido em alguma das iterações passadas) foi obtido com um problema mais relaxado, e portanto pode ser inferior ao custo de operação do problema atual, com a nova restrição incluída. Portanto, com a metodologia proposta para as perdas, o limite superior da PDD será quase sempre o valor de custo de operação da iteração corrente.

#### **3.3.5. Ponto Inicial para a resolução do PL em cada iteração**

No fluxograma da Figura 3.9, a cada vez que se resolve o problema linear com as novas aproximações para as perdas se utiliza como base inicial a solução ótima obtida para o

mesmo subproblema na iteração anterior. Isto faz com que o pacote utilizado para resolver o PL inicie o método Simplex a partir de pontos não muito distantes da solução ótima, o que pode promover uma redução drástica no tempo de resolução do subproblema.

### 3.3.6. Tolerância para os desvios em relação às perdas reais

A acurácia na representação das perdas depende do valor de tolerância  $\varepsilon$  especificado para o desvio entre as perdas exatas e as perdas do modelo. Entretanto, o uso de tolerâncias muito rígidas pode provocar um elevado aumento no tempo computacional para resolver o problema. Recomenda-se utilizar um valor de tolerância que melhor balanceie o tempo de resolução do problema com a qualidade dos resultados obtidos pelo modelo. Os resultados mostrados no capítulo 5 mostram que é possível obter resultados em um tempo computacional razoável, ao se utilizar tolerâncias mais relaxadas para os desvios, sem que isso comprometa significativamente o valor da solução final obtida, quando comparada à solução “ideal” associada a uma tolerância muito rígida.

Cabe ressaltar que as perdas exatas nos circuitos podem sempre ser calculadas *a posteriori*, a partir do despacho obtido pelo modelo. Desta forma, é possível avaliar a qualidade dos resultados obtidos pelo modelo através do modelo linear por partes dinâmico descrito nesse documento.

### 3.3.7. Esforço computacional

Como mencionado acima, o esforço computacional para resolver o problema de PDO com a modelagem das perdas descrita nesse documento dependerá da acurácia requerida para a solução obtida. Dois aspectos devem ser considerados quando se avalia esse esforço computacional:

#### Memória

Em sistemas grandes como o brasileiro, o número de restrições de perdas inseridas no problema é muito grande, pois se constrói um conjunto de inequações para cada linha em cada intervalo de tempo, e cada inequação contém um elevado número de termos, da mesma magnitude que o número de barras do sistema. Assim, requer-se um volume considerável de memória para armazenar essas informações, que se acrescenta à memória já utilizada para

armazenar todas as outras informações relacionadas às diversas funcionalidades consideradas no modelo DESSEM.

A fim de viabilizar a implementação dessa metodologia, implementou-se a estratégia de alocação dinâmica de memória no modelo DESSEM-PAT. Ressalta-se entretanto que, mesmo com esse recurso, é possível que o modelo não consiga resolver alguns problemas muito grandes, envolvendo um elevado número de barras / linhas e um grande número de intervalos de tempo.

### **Tempo Computacional**

O grande aumento no tempo computacional incorrido em se resolver o problema de PDO com a consideração das perdas na rede elétrica se deve a três motivos principais:

- O aumento no tamanho do PPL resolvido em cada estágio e iteração da PDD;
- O aumento no número de iterações da rede elétrica (vide Figura 3.9) necessárias para resolver o PPL, em cada estágio e iteração da PDD, em comparação ao caso com rede elétrica sem perdas;
- O maior uso de memória necessária para armazenar as informações do programa. Muitas vezes torna-se necessário utilizar espaço em disco para o armazenamento das variáveis, o que torna mais lento o processamento das informações durante a execução do programa.

Na seção 4.5 apresenta-se o tempo computacional para resolver um problema típico de PDO com perdas na rede elétrica para o sistema brasileiro. No capítulo 5, estudam-se diversas formas de redução desse tempo através da calibração das tolerâncias na acurácia da modelagem.

## **4. RESULTADOS - PARTE I: ANÁLISE DA IMPORTÂNCIA E ACURÁCIA NA REPRESENTAÇÃO DAS PERDAS**

Este capítulo tem o objetivo de analisar os resultados obtidos com a implementação, no modelo DESSEM-PAT, da estratégia de representação das perdas na rede elétrica apresentada neste Relatório. Mostra-se a acurácia obtida com essa modelagem, e a importância de se representar as perdas elétricas no problema.

O caso estudado foi fornecido pelo Operador Nacional do Sistema (ONS), e corresponde à configuração do Sistema Interligado Nacional (SIN) em dezembro de 2007. As principais características do problema são relacionadas abaixo:

- Número de dias para a simulação hidráulica (anterior ao início do período de programação); 2 dias;
- Número de dias para a programação da operação (otimização): 5 dias;
- Número de intervalos de tempo: 20 patamares cronológicos;
- Parque gerador: 122 usinas hidroelétricas, 57 usinas termoeletricas, e 4 usinas elevatórias;
- Composição da rede elétrica: 3703 barras e 5206 linhas;
- Número de restrições operativas hidráulicas: 267.

Os dados das usinas hidroelétricas, termoeletricas, elevatórias e da rede de transmissão foram todos fornecidos pelo ONS.

A tolerância considerada para a acurácia na representação das perdas, ou seja, para o desvio entre as perdas exatas e as fornecidas pelo modelo, foi de  $\varepsilon = 10\%$  ou 0,1 MW, o que ocorrer primeiro.

### **4.1. Comparação entre os resultados dos casos com e sem perdas**

Nesta seção mostra-se a importância da representação das perdas na rede elétrica no problema de programação diária da operação (PDO). Comparam-se os resultados obtidos com e sem a representação das perdas na rede, para diversas variáveis importantes na operação do sistema, como o custo total de operação, custo marginal de operação, geração das usinas hidroelétricas e termoeletricas e intercâmbios entre subsistemas.

#### 4.1.1. Custo de Operação

Na Tabela 4.1 se comparam os valores das principais componentes do custo total de operação do sistema, obtidos com e sem a representação das perdas na rede elétrica.

**Tabela 4.1 - Comparação do custo total de operação, com e sem a representação das perdas na rede elétrica (1000\$)**

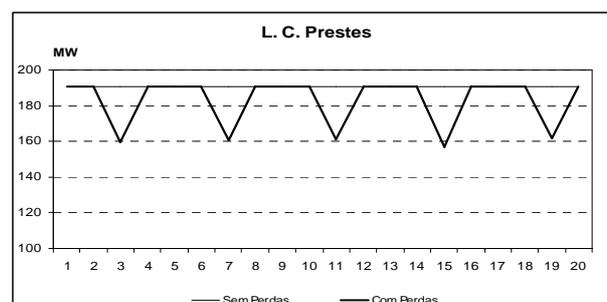
Custos	Sem Perdas	Com Perdas
Geração Térmica	53.191	54.055
Custo de Violações de restrições	3.962.282	3.964.435
Custo Futuro	34.600.957	34.682.303
Custo Total	38.616.431	38.700.793

Observa-se um aumento de cerca de 0,22% ( $8,436 \times 10^4$  R\$) na operação do sistema ao se incluir as perdas na rede elétrica. A maior parcela desse aumento foi causada por variações na geração hidroelétrica, que fizeram com que o sistema atingisse um estado diferente de armazenamento nos reservatórios ao final da semana, o que levou a um maior custo futuro.

O custo de violações de restrições também foi bastante alto, tendo sido a grande maioria dessas violações nas restrições de limite de fluxo. Neste estudo, optou-se por não modificar os limites para tornar o problema viável, pois um dos objetivos era mostrar os resultados da modelagem para um caso fornecido pelo ONS, sem modificar nenhum dado do sistema.

#### 4.1.2. Geração das Usinas Termoelétricas

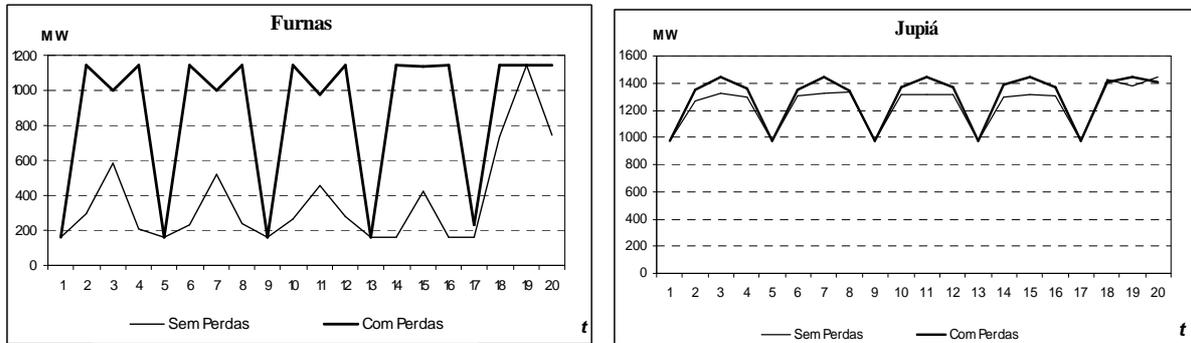
Pelo custo total de geração termoelétrica mostrado na Tabela 4.1, percebe-se que não houve grandes modificações nas gerações das usinas termoelétricas entre os casos com e sem rede. A única usina que apresentou variações na sua geração entre os casos com e sem rede foi a usina de L. C. Prestes, cujos resultados de geração são mostrados na Figura 4.1.



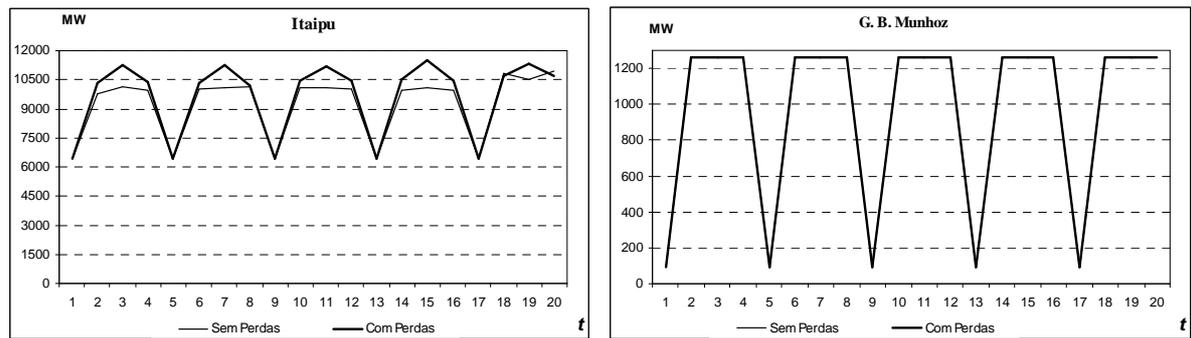
**Figura 4.1 - Comparação da geração da usina termoelétrica de L.C. Prestes, com e sem a representação das perdas na rede elétrica.**

### 4.1.3. Geração das Usinas Hidroelétricas

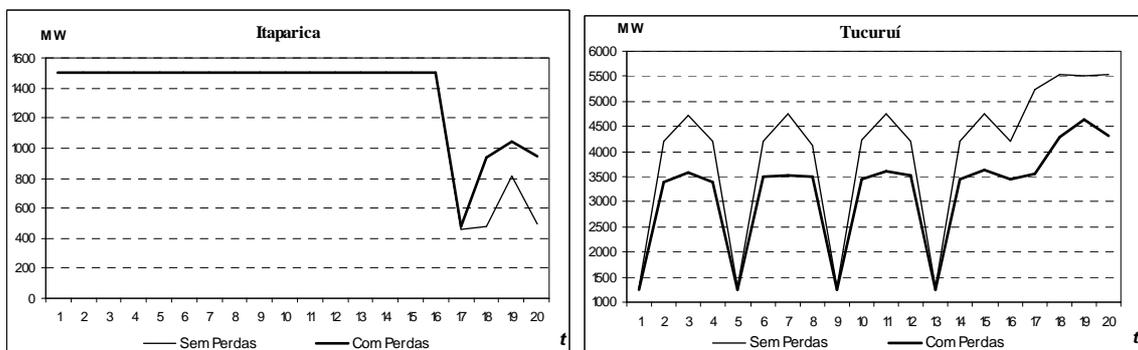
A seguir mostram-se as variações na geração de seis usinas hidroelétricas importantes para o sistema brasileiro: três no subsistema SE (Furnas, Jupia e Itaipu), uma no subsistema S (G.B.Munhoz), uma no subsistema NE (Itaparica) e uma no subsistema N (Tucuruí).



**Figura 4.2 - Comparação da geração da usina termoeletrica de Furnas e Jupia, com e sem a representação das perdas na rede elétrica.**



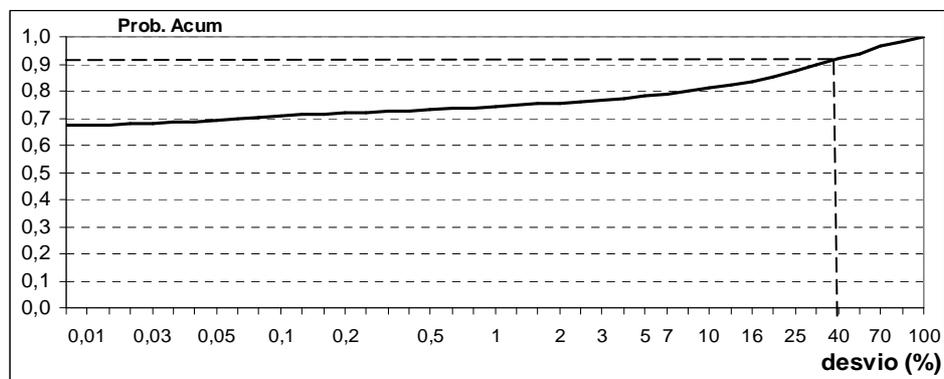
**Figura 4.3 - Comparação da geração da usina termoeletrica de Itaipu e G.B.Munhoz, com e sem a representação das perdas na rede elétrica.**



**Figura 4.4 - Comparação da geração da usina termoeletrica de Itaparica e Tucuruí, com e sem a representação das perdas na rede elétrica**

Observa-se que, a menos da usina de Furnas, o comportamento geral das usinas não variou radicalmente ao se incluírem as perdas na rede. Entretanto, é notável as diferenças nas gerações, principalmente nos períodos de carga mais elevada. A única diferença foi a usina de G.B.Munhoz, cuja geração com ou sem a representação das perdas foi a mesma.

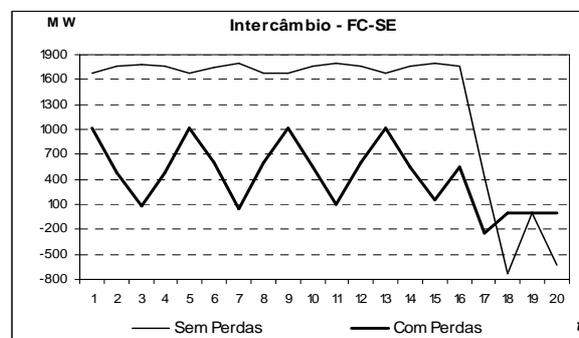
Fazendo-se uma análise estatística dos desvios, observou-se um desvio médio de 38,65 MW por usina e por período, para cima ou para baixo, ao se representar as perdas no problema. A distribuição acumulada desses desvios é mostrada na Figura 4.5, onde se percebe que em cerca de 10% das vezes obtiveram-se desvios superiores a 40% entre os valores de geração hidroelétrica com e sem a consideração das perdas na rede elétrica.



**Figura 4.5 – Distribuição acumulada dos desvios na geração hidroelétrica entre os casos com e sem perdas, considerando-se todas as usinas hidroelétricas e intervalos de tempo.**

#### 4.1.4. Intercâmbios de Energia entre Subsistemas

Uma outra variável importante na operação do SIN é o intercâmbio de energia entre subsistemas. Na Figura 4.6 comparam-se os fluxos no Intercâmbio Norte-Sul, feito por meio do nó de Imperatriz (considerado como subsistema fictício (FC) no modelo DESSEM-PAT);

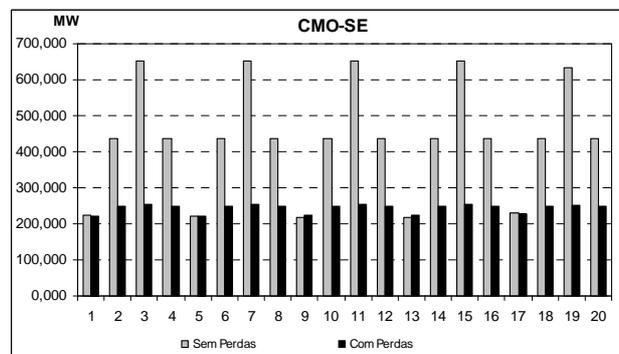


**Figura 4.6 - Comparação do intercâmbio de energia entre o nó de Imperatriz (FC) e o subsistema Sudeste (SE), com e sem a representação das perdas na rede elétrica.**

Observam-se grandes diferenças no intercâmbio ao longo de toda a semana. Analisando-se estatisticamente os desvios em todos os intercâmbios, obteve-se uma variação média de 154,39 MW por intercâmbio e por período, para cima ou para baixo, entre os casos com e sem perdas.

#### 4.1.5. Custo Marginal de Operação

Na Figura 4.7, compara-se o custo marginal de operação (CMO) médio para o subsistema SE, para os casos com e sem perdas. Este valor médio de CMO é computado por uma média dos CMOs de cada barra, ponderada pelos valores de carga em cada barra, conforme proposto em [14]. A consideração das perdas na rede elétrica levou a um aumento médio de 4,69% na carga do sistema.



**Figura 4.7 - Comparação do custo marginal de operação (CMO) médio do subsistema Sudeste (SE), com e sem a representação das perdas na rede elétrica.**

Nos períodos de carga leve, os CMOs ficaram bastante próximos, enquanto nos períodos de carga leve e pesada o CMO do caso sem rede ficou muito maior. Uma análise mais detalhada do caso mostrou que os valores elevados de CMO no caso sem perdas foram influenciados por algumas violações em linhas da rede elétrica, que fizeram com que o CMO de várias barras se igualasse ao valor de penalidade para violação das restrições, que é muito elevado. Como estes valores elevados perturbaram o cálculo da média, conclui-se que os resultados mostrados na Figura 4.7 têm pouco significado do ponto de vista econômico.

#### 4.1.6. Comentários

De forma geral, observam-se variações sensíveis na operação do sistema quando se representa ou não as perdas na rede elétrica. Entretanto, ressalta-se que uma comparação mais justa seria feita se, no caso sem perdas, se incluíssem as estimativas, feitas *a priori*, para as

perdas em cada linha. Desta forma, seria feita uma comparação entre os resultados obtidos considerando-se as perdas como um dado de entrada ou modelando-se as perdas no problema de otimização, através da metodologia apresentada neste Relatório. Este estudo comparativo não pôde ser realizado pelo CEPEL pois não se dispunha das estimativas das perdas em cada linha do sistema.

## 4.2. Processo Iterativo de Resolução do Problema

O objetivo desta seção é ilustrar, para o caso em estudo, as características do processo iterativo de resolução do problema de PDO considerando-se as perdas na rede elétrica, tal como apresentado neste Relatório.

### 4.2.1. Resultados gerais para cada iteração da PDD

A Tabela 4.2 mostra, para cada iteração da PDD, o número total de restrições de limite da rede elétrica e o número total de cortes para aproximações das perdas que tiveram que ser incluídas, considerando-se a soma das restrições de todos os períodos.

**Tabela 4.2 - Quantidade de restrições da rede elétrica inseridas ao longo das iterações da PDD.**

Iteração	# restrições de limite de fluxo e somatórios de fluxo inseridas	# cortes inseridos para a modelagem das perdas
1	1.410	29.615
2	12	4.655
3	15	4.896
4	-	2.869
5	-	1.855
6	-	1.752
7	-	1.752
8	-	1.713
9	-	1.685
10	-	1.715

Observa-se que o número de restrições para as perdas é muito maior do que o número de restrições de limite. Ressalta-se que, para boa parte das linhas, não é necessário incluir restrições de limite e, quando isso acontece, na grande maioria dos casos a limitação se dá em apenas um sentido (ou seja, insere-se somente uma restrição). Já para as perdas, é necessário incluir aproximações sempre que o fluxo na linha for diferente de zero, e a linha não for radial para as cargas, conforme discutido na seção 3.3.1. Além disso, é necessário, em boa parte dos casos, incluir pelo menos duas inequações para cada linha.

Percebe-se que a quase totalidade das restrições de limite foram inseridas na primeira iteração da PDD, durante a recursão *backward*<sup>1</sup>. Na segunda e terceira iterações, ainda ocorreram algumas variações no despacho que provocaram violações em algumas linhas que não haviam sido violadas na primeira iteração, e portanto novas restrições de limite tiveram que ser inseridas. A partir da quarta iteração, o modelo começa a fazer um “ajuste fino” para a obtenção da solução ótima, e apenas restrições para aproximação das perdas são inseridas.

A Tabela 4.3 mostra os valores médios obtidos por subproblema da PDD. Para cada iteração da PDD, indicam-se: o número médio de vezes em que se resolveu cada subproblema, no *loop* mostrado no fluxograma da Figura 3.6; o número médio de restrições de limite da rede elétrica incluídas por subproblema; o número de cortes para aproximação das perdas incluídos por subproblema.

**Tabela 4.3 - Quantidade de restrições da rede elétrica inseridas ao longo das iterações da PDD.**

Iteração	# médio de vezes em que se resolveu cada subproblema	# restrições de limite de fluxo/somatórios de fluxo inseridas por subproblema	# cortes inseridos para a modelagem das perdas por subproblema
1	8,65	37,11	779,34
2	3,76	0,60	232,75
3	3,50	0,75	244,80
4	2,68	-	143,45
5	2,24	-	92,75
6	1,97	-	87,60
7	2,00	-	87,60
8	2,05	-	85,65
9	2,03	-	84,25
10	1,89	-	85,75

Na primeira iteração da PDD, a grande maioria dos subproblemas é resolvido pelo menos 8 vezes. Este número cai drasticamente nas próximas iterações e, a partir da iteração 6, praticamente todos os subproblemas são resolvidos apenas duas vezes. Ressalta-se que, mesmo próximo da convergência da PDD, quase sempre é necessário realizar um *loop* para as perdas em cada subproblema, devido às mudanças nas gerações das usinas (e, conseqüentemente, nos fluxos na rede elétrica) em relação ao mesmo subproblema na iteração anterior. Nestes *loops* das iterações mais avançadas, o número de cortes inseridos ainda não é desprezível (cerca de 10% do total de cortes inseridos na primeira iteração).

<sup>1</sup> Durante a simulação forward da primeira iteração, ainda não se consultou a FCF do modelo DECOMP, portanto optou-se por só iniciar o processo iterativo para as perdas a partir da primeira recursão backward.

#### 4.2.2. Resultados específicos para cada período

Na seção anterior, mostraram-se os resultados médios por iteração / subproblema da PDD. Nesta seção, analisa-se como se dá o processo iterativo para a rede elétrica para determinados períodos.

Mostram-se, da Tabela 4.4 a Tabela 4.6, o número de restrições de limite (*nlim*) e o número de restrições para aproximações das perdas (*nperd*) inseridos em cada simulação *forward* (f) ou *backward* (b) de cada iteração da PDD, para os três primeiros períodos do estudo, que correspondem, respectivamente, a instantes de carga leve, média e pesada para a rede elétrica. Ressalta-se que o período 1 só é resolvido uma vez por iteração da PDD (ao final da recursão *backward* e início da recursão *forward*).

**Tabela 4.4 - Resultados do processo iterativo para o período 1 – Carga Leve**

Iter	1					2			3					4		5		8	9
	1	2	3	4	5	1	2	3	1	2	3	4	5	1	2	1	2	1	1
<i>nlim</i>	2	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<i>nperd</i>	-	987	168	30	11	72	4	7	-	219	23	3	1	73	11	23	2	5	2

**Tabela 4.5 - Resultados do processo iterativo para o período 2 – Carga Média**

Iter	1b							2f		2b		3f	3b				4f	4b		5f	6 a 11		
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	1	2	3	1	1	2	3	4	1	1	2	1	-	
<i>nlim</i>	41	37		10										2									-
<i>nperd</i>			1317		210	52	20	11	10	84	16	1	3		153	66	24	1	44	2	1	23	

**Tabela 4.6 - Resultados do processo iterativo para o período 3 – Carga Pesada**

Iter	1b								2f		2b	3f	3b				4f		4b		5f	6 a 11	
	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	1	2	1	2	3	4	1	2	1	2	1	-	
<i>nlim</i>	62	42		2									2										-
<i>nperd</i>			1332		107	27	20	1	33	4	32	5		123	54	2	28	12	31	4	5	62	

Confirmando os resultados da Tabela 4.3, a grande maioria das restrições de perdas e limites é inserida na primeira iteração da PDD. Conforme descrito no fluxograma da Figura 3.6, um processo hierárquico é realizado, onde se tratam em um primeiro momento as restrições de limite, e posteriormente se inserem as aproximações para as perdas. Depois de inseridas essas

aproximações para as perdas, o novo despacho pode violar outras restrições de limite, como ocorrido no quarto *loop* da iteração 1 nos períodos 2 e 3. Da mesma forma, as modificações no despacho causadas pela inserção de novas restrições de limite alteram os fluxos em algumas linhas, provocando uma alteração nas diferenças angulares para as linhas e, conseqüentemente, um aumento no número de aproximações inseridas para as perdas, como ocorrido na recursão *backward* da terceira iteração, para o período 3.

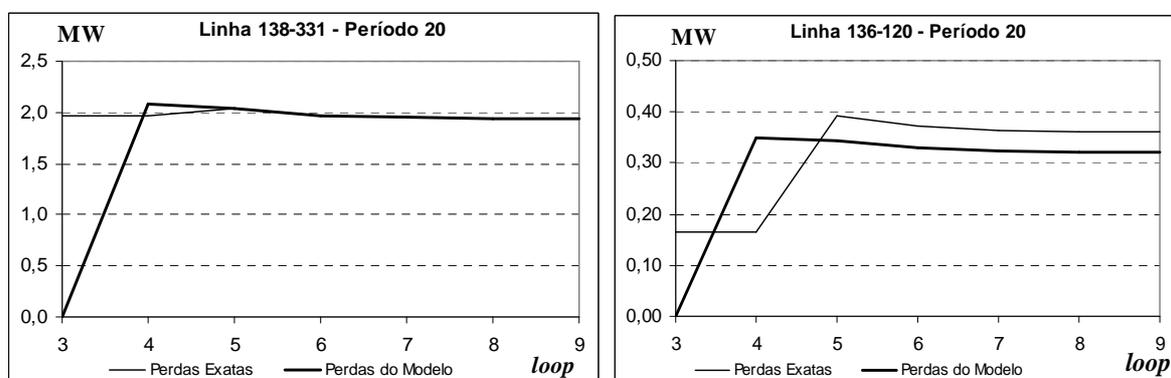
Observa-se que, nos períodos de carga média e pesada (2 e 3), o número de *loops* e a quantidade de restrições de limite de rede inseridas é muito maior do que no período 1, que corresponde à carga leve. Isto se deve porque, nos períodos onde a carga é mais elevada, um número maior de circuitos tende a operar no seu limite de transmissão ou com o seu limite violado. Também se verifica um aumento na quantidade de aproximações para as perdas nos períodos de maior carga. Entretanto, esse aumento não é tão significativo como o ocorrido nas restrições de limite, já que, independente do valor de carga, é sempre necessário inserir vários cortes para a aproximação das perdas nas linhas.

### 4.3. Acurácia na Representação das Perdas

Nesta seção, avalia-se a acurácia na representação da função quadrática de perdas (3.15) pelo modelo linear por partes dinâmico implementado (3.26), e mostra-se como se dá o processo iterativo para algumas linhas específicas do sistema.

#### 4.3.1. Processo Iterativo de representação das perdas para determinadas linhas

Mostra-se, na Figura 4.8, dois comportamentos típicos verificados no processo de aproximação das perdas nos circuitos segundo a metodologia apresentada.

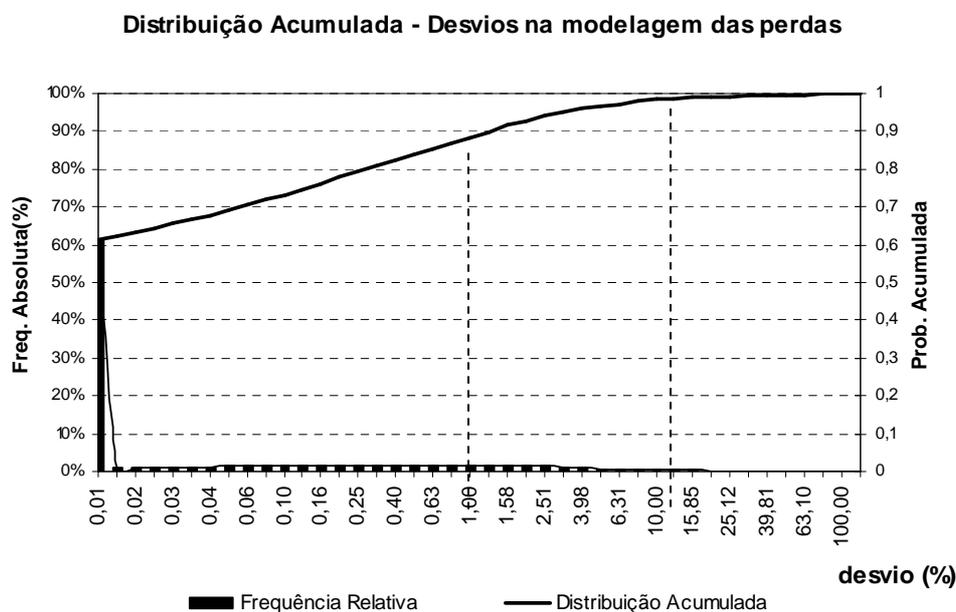


**Figura 4.8 - Comportamentos típicos verificados no processo de aproximação das perdas em determinada linha, pelo modelo linear por partes proposto.**

Observa-se que, até o segundo *loop*, nenhuma restrição de perda foi inserida ainda, portanto a análise se inicia a partir do terceiro *loop*, quando a diferença será sempre de 100% (ou seja, a perda exata na linha é diferente de zero, mas o valor inicial para o modelo é igual a zero). Para a linha 138-331 mostrada à esquerda, em poucas iterações se conseguiu zerar a diferença entre as perdas exatas e a do modelo (para a precisão de duas casas decimais, considerada nos relatórios de saída). Já para a linha 136-120, mostrada à direita, após o quinto *loop* a diferença entre a perda exata e a do modelo foi de 11,46%, ou 0,04MW. Como a diferença absoluta foi menor do que a tolerância  $\varepsilon$  de 0,1MW adotada para a modelagem das perdas, não se incluíram mais aproximações para essa linha, e o desvio final foi da ordem de 10% do valor das perdas. Caso se desejasse uma tolerância menor, novas aproximações para as perdas seriam inseridas e o desvio seria reduzido ainda mais.

#### 4.3.2. Análise estatística dos desvios

Apresenta-se, na Figura 4.9, a distribuição acumulada dos desvios negativos entre as perdas exatas e as perdas calculadas pelo modelo<sup>1</sup>. Como as perdas nas linhas radiais para as cargas podem ser calculadas *a priori* de forma exata (vide seção 3.3.1), consideraram-se nesta distribuição apenas as linhas não radiais.



**Figura 4.9 - Distribuição acumulada dos desvios negativos na modelagem das perdas na rede elétrica – Linhas não radiais.**

<sup>1</sup> ou seja, quando a perda do modelo é menor do que a perda exata.

Observa-se que mais de 50% dos desvios são praticamente nulos. As linhas verticais pontilhadas indicam que cerca de 87% dos desvios são inferiores a 1%, e cerca de 98% dos desvios são inferiores a 10%. Como estes valores de desvios se referem à percentuais em relação aos valores das perdas (e não dos fluxos em si), e as próprias perdas são um percentual em geral bem pequeno do fluxo, verifica-se que os desvios em MW são em geral extremamente pequenos. De fato, devido à própria tolerância utilizada, nenhum desvio foi superior a 0,1 MW.

#### 4.4. Perdas no PL superiores às perdas reais

Os desvios positivos para as perdas (ou seja, quando o modelo fornece um valor maior para as perdas) estão relacionados às situações onde as perdas se situam acima da curva linear por partes, conforme explicado na seção 3.3.3.

A Tabela 4.7 lista todas as ocorrências de desvios positivos na modelagem das perdas quando não se incluem restrições de fechamento no PL.

**Tabela 4.7 - Lista das ocorrências de desvios positivos na modelagem das perdas, quando não se incluem restrições de fechamento.**

Período	Linha (de/para/circ)	Perdas (MW)		Período	Linha (de/para/circ)	Perdas (MW)	
		Exata	Modelo			Exata	Modelo
3	569-696-1	0,07	66,97	11	569-696-1	0,07	71,02
3	1933-1985-1	0,14	74,82	11	1933-1985-1	0,14	74,82
4	1985-696-1	0,03	43,59	12	2990-2992-1	0,54	48,20
4	2990-2992-1	0,54	48,21	14	2990-2992-1	0,54	48,19
6	1985-696-1	0,03	44,06	15	569-696-1	0,07	70,97
6	2990-2992-1	0,54	48,19	15	1933-1985-1	0,14	74,82
7	569-696-1	0,07	67,04	16	2990-2992-1	0,54	48,19
7	1933-1985-1	0,14	74,82	18	2990-2992-1	0,54	48,29
8	1985-696-1	0,03	40,87	19	569-696-1	0,07	60,89
8	2990-2992-1	0,54	48,20	19	1933-1985-1	0,14	74,82
10	2990-2992-1	0,54	48,20	20	2990-2992-1	0,54	48,29

Observa-se que esses desvios são inaceitáveis da prática, pois totalizam cerca de 1270 MW de carga adicionais a serem gerados no sistema, o que compromete o resultado de despacho obtido pelo modelo para as usinas hidroelétricas e termoelétricas. Conclui-se, portanto, que é imprescindível se incluir as restrições de fechamento na modelagem das perdas. Posteriormente, será feito um estudo do efeito da inclusão das restrições de fechamento horizontais ou inclinadas, conforme mostrado na Figura 3.10.

#### 4.5. Tempo computacional

A Figura 4.10 reproduz a tabela do processo de convergência obtido ao se executar o modelo DESSEM-PAT com a modelagem proposta para consideração das perdas. A tolerância da PDD foi estabelecida em  $10^{-3}\%$ . Ressalta-se que as tolerâncias adotadas para os desvios entre as perdas exatas e as do modelo foram muito rígidas, de 0,1% (do valor das perdas), ou 0,1W, o que ocorrer primeiro.

1a. Etapa: Calculo da Politica de Operacao (PDDD)

ITER	Zinf (1000\$)	Zsup (1000\$)	GAP (%)	TEMPO
1	31681640.1	*****	0.3E+26	01:32:48
2	32827106.3	44653411.8	36.026036939	03:07:59
3	38592648.7	38792880.7	0.518834439	04:39:49
4	38740633.5	38792880.7	0.134863906	05:50:37
5	38741878.7	38757295.8	0.039794213	06:47:55
6	38744412.7	38749192.1	0.012335825	07:38:09
7	38744414.6	38747360.2	0.007602856	08:26:16
8	38745006.8	38746506.7	0.003871196	09:12:03
9	38745365.4	38746506.7	0.002945641	09:57:53
10	38746076.4	38746446.5	0.000955077	10:42:06

**Figura 4.10 - Processo de convergência da PDD com a modelagem das perdas nos circuitos da rede elétrica, com tolerâncias de 0,1% ou 0,1 MW**

Nota-se que o tempo de execução obtido com essa tolerância de acurácia para as perdas (mais de 10 horas) é inaceitável na prática para um modelo que se destina à programação diária da operação. No capítulo seguinte, mostra-se que é possível reduzir drasticamente esse tempo, sem comprometer significativamente os resultados obtidos para o despacho do sistema.

## **5. RESULTADOS - PARTE II: ANÁLISE DE COMPROMISSO ENTRE O TEMPO COMPUTACIONAL E A ACURÁCIA DA MODELAGEM**

Neste capítulo, estudam-se algumas alternativas de reduzir o tempo computacional para resolução do problema de PDO no modelo DESSEM-PAT com consideração das perdas na rede elétrica, mantendo-se ainda uma precisão aceitável na aproximação para as perdas.

Realizam-se análises de sensibilidade do tempo computacional e da acurácia dos resultados ao se variarem os seguintes parâmetros:

- Tolerância relativa (% das perdas) para os desvios entre as perdas exatas e as obtidas pelo modelo;
- Tolerância absoluta (MW) para os desvios entre as perdas exatas e as obtidas pelo modelo;
- Consideração das perdas apenas para alguns níveis de tensão;
- Consideração das perdas apenas para os primeiros dias do estudo.

Utiliza-se como caso-base para comparação o caso cujos resultados foram apresentados no capítulo anterior, onde se utilizaram as tolerâncias de 0,1% e 0,1 MW para os desvios nas perdas. Para cada alternativa, compara-se a acurácia na representação das perdas, a acurácia nos resultados de despacho e o tempo computacional, e fazem-se algumas recomendações com base nos resultados encontrados.

### **5.1. Análise de sensibilidade em relação às tolerâncias absolutas (MW) para os desvios**

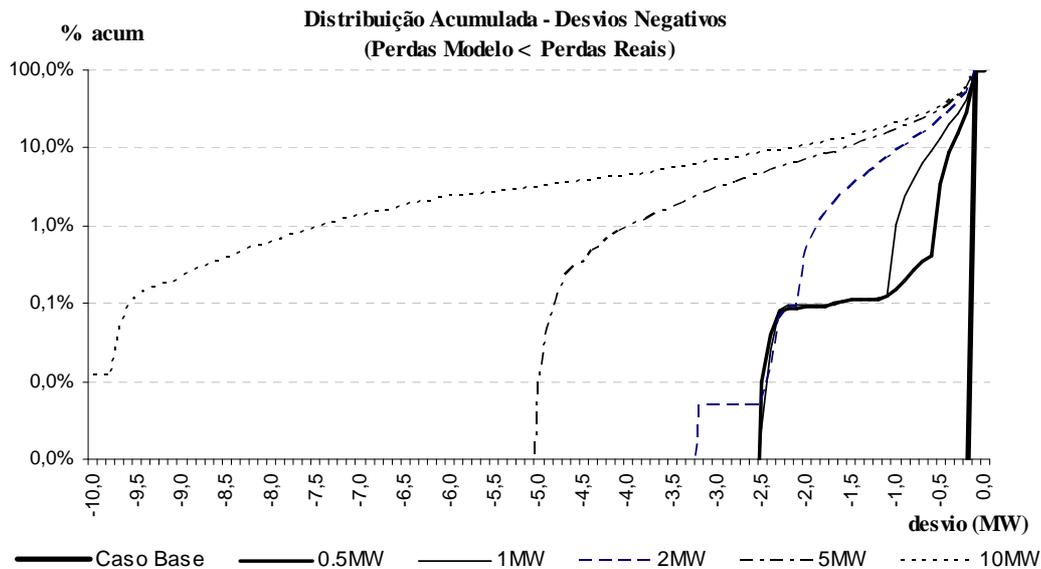
Neste primeiro estudo, utilizou-se uma tolerância relativa de 10%<sup>1</sup>, e variou-se a tolerância absoluta com os seguintes valores: 0,5 MW, 1MW, 2MW, 5MW e 10MW.

#### **5.1.1. Acurácia na representação das perdas**

A Figura 5.1 mostra a distribuição acumulada dos desvios negativos para as perdas para cada uma das tolerâncias absolutas consideradas no estudo.

---

<sup>1</sup> Este valor se mostrou o mais adequado nos estudos da seção 5.2, onde se variou a tolerância relativa.



**Figura 5.1 - Distribuição acumulada dos desvios negativos (MW) para as perdas, ao se variar a tolerância absoluta (Tolerância relativa: 10%; Tolerância do caso base: 0,1MW / 0,1%).**

Como os desvios são sempre negativos, quanto menor o desvio (mais negativo), pior é a acurácia do modelo. A linha grossa mostra os resultados do caso base, onde nenhum desvio foi inferior a  $-0,2\text{MW}$ . Ressalta-se que o desvio em MW (ex:  $-1,5\text{MW}$ ) pode ser menor do que a tolerância (ex:  $-1,0\text{MW}$ ), já que a tolerância relativa de 10% pode ter sido atingida antes de se conseguir a tolerância em MW.

Os resultados são aceitáveis ao se relaxar a tolerância até 1 ou 2 MW. Para uma tolerância de 1MW, nenhum desvio foi inferior a  $-2,5\text{MW}$ , e para uma tolerância de 2MW, nenhum desvio foi inferior a  $-3,2\text{MW}$ . O percentual de linhas com desvios inferiores a  $-1,0\text{MW}$  foi de cerca de 0,1% e 1%, respectivamente, para as tolerâncias de 1 MW e 2MW.

Para tolerâncias de 5 MW, 10% dos desvios foram inferiores a  $-1,5\text{MW}$ , o que é indesejável, pois como o número de linhas é muito grande, a acumulação de muitos desvios dessa magnitude pode levar a um valor significativo de carga para o sistema. Para se avaliar melhor esse aspecto, é importante se computar o % de perdas que são representadas pelo modelo, em relação ao total de perdas do sistema. Estes resultados são mostrados na Tabela 5.1.

**Tabela 5.1 - Montante total de perdas consideradas pelo modelo, em função da tolerância em MW adotada (tolerância relativa: 10%)**

Tolerância	% perdas consideradas	% linhas consideradas
Caso base (0,1MW)	98,70	63,77
0,5 MW	92,85	35,03
1 MW	87,21	23,94
2 MW	78,04	15,06
5 MW	61,27	7,36
10 MW	42,48	3,44

Obtêm-se percentuais de representação de perdas mais desejáveis para valores de tolerâncias menores ou iguais a 1 MW. Entretanto, o resultado obtido para a tolerância de 2 MW talvez pudesse ser considerado aceitável.

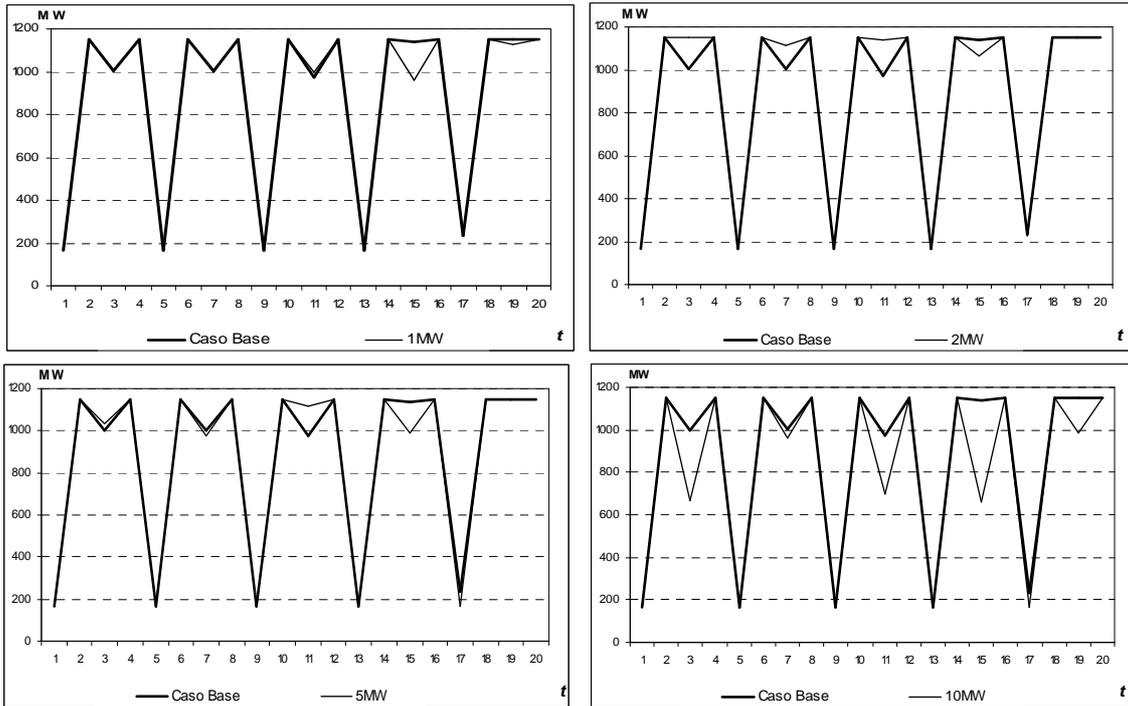
Na última coluna da tabela, observa-se que o percentual de linhas para as quais as perdas foram consideradas é bem menor do que o percentual das perdas, o que indica como as perdas se concentram em um subconjunto pequeno das linhas do sistema. Por exemplo, apenas 78,04% das perdas se concentram em 15,06% das linhas.

### **5.1.2. Acurácia nos resultados de despacho**

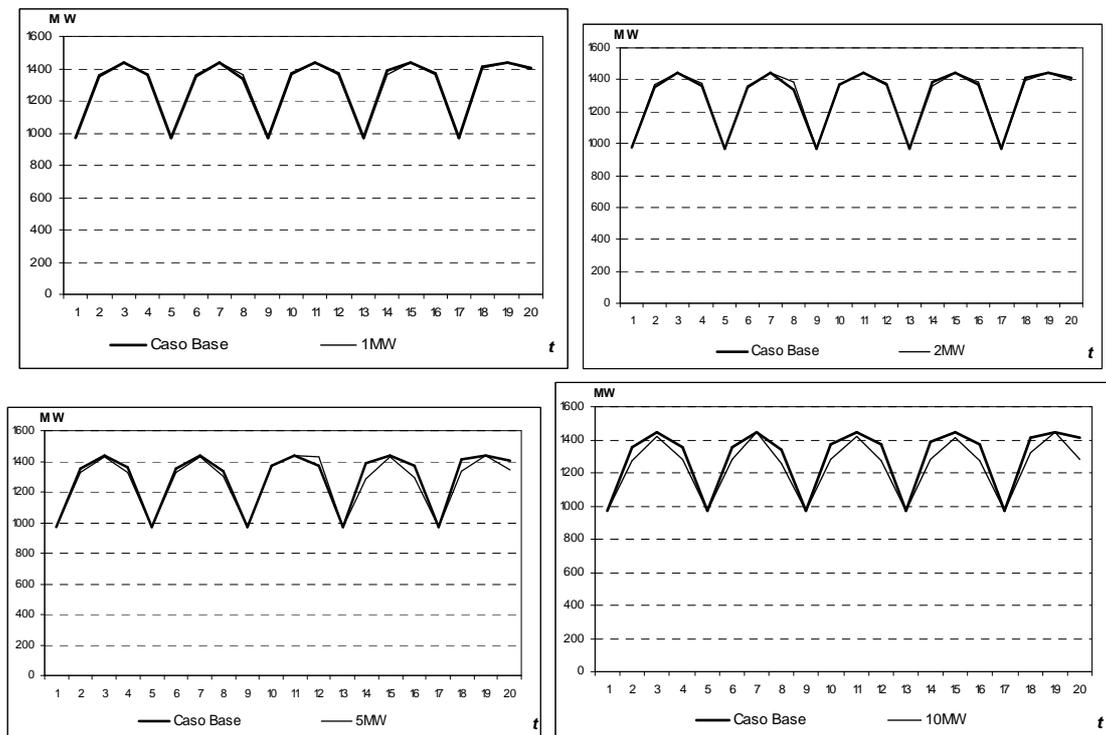
Nesta seção, comparam-se os valores obtidos para as gerações hidroelétricas, termoeletricas, intercâmbios, custo total de operação e custo marginal de operação, ao se variar a tolerância em MW. A comparação é feita sempre em relação aos resultados do caso base, onde se utilizou uma tolerância bastante rigorosa (0,1% e 0,1MW). Como a tolerância de 0,5 MW ainda leva a um elevado tempo computacional (vide Tabela 5.4 mais adiante), estudaram-se apenas as tolerâncias, de 1, 2, 5 e 10 MW.

### **Gerações hidroelétricas**

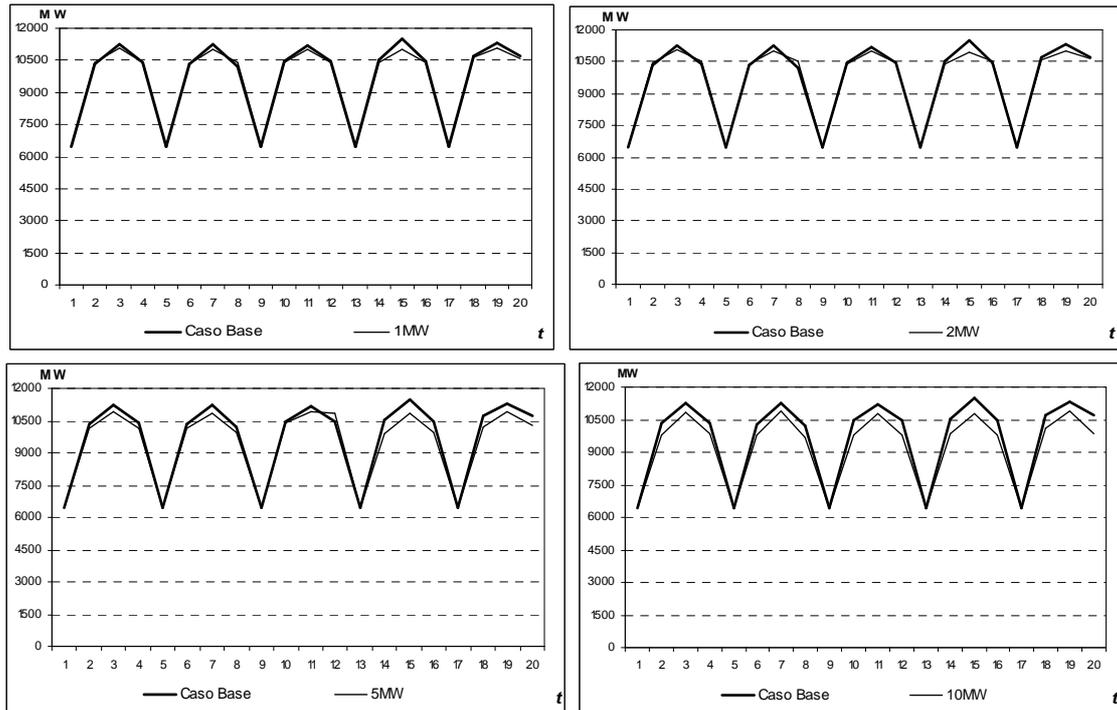
Mostra-se, da Figura 5.2 a Figura 5.7, uma comparação das gerações de algumas usinas hidroelétricas, entre o caso-base (0,1% e 0,1MW) e os casos variando-se a tolerância absoluta, em MW.



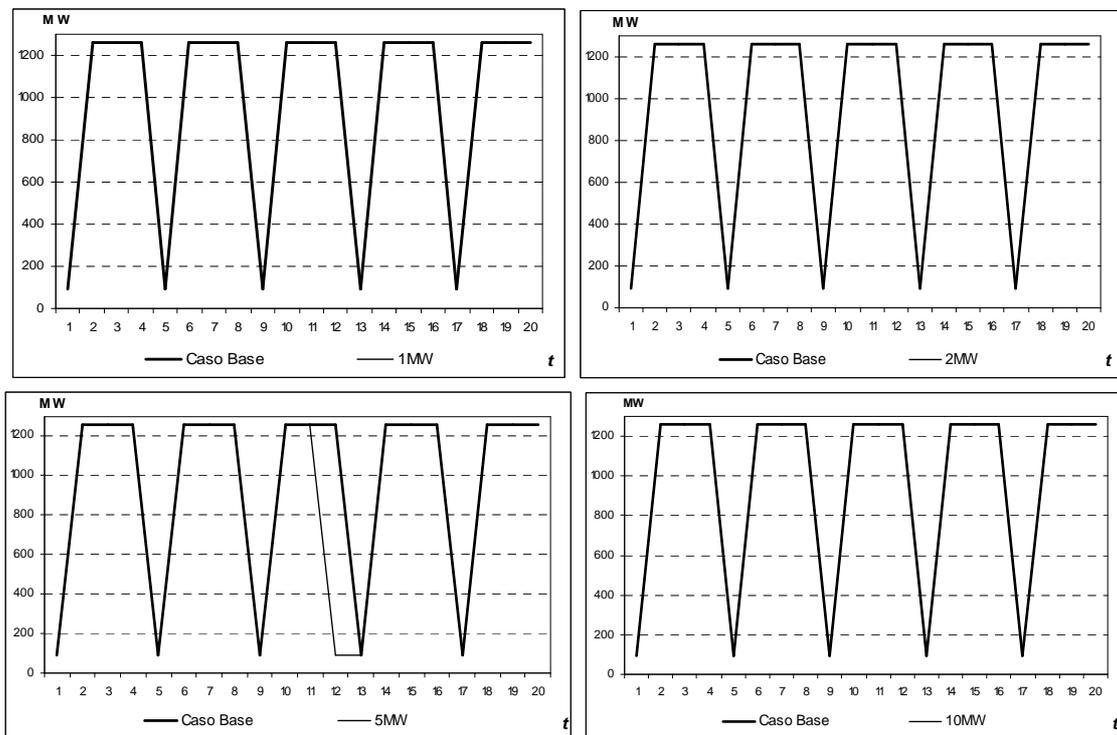
**Figura 5.2 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), para cada valor de tolerância em MW – Usina de Furnas.**



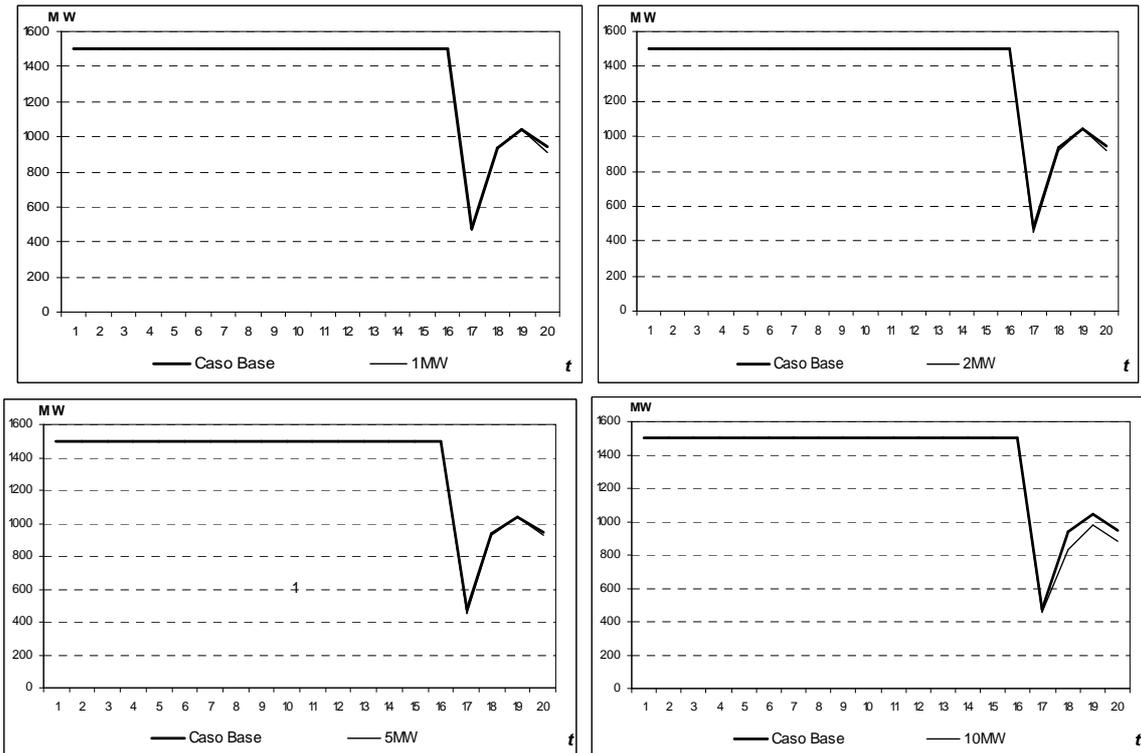
**Figura 5.3 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), para cada valor de tolerância em MW – Usina de Jupia.**



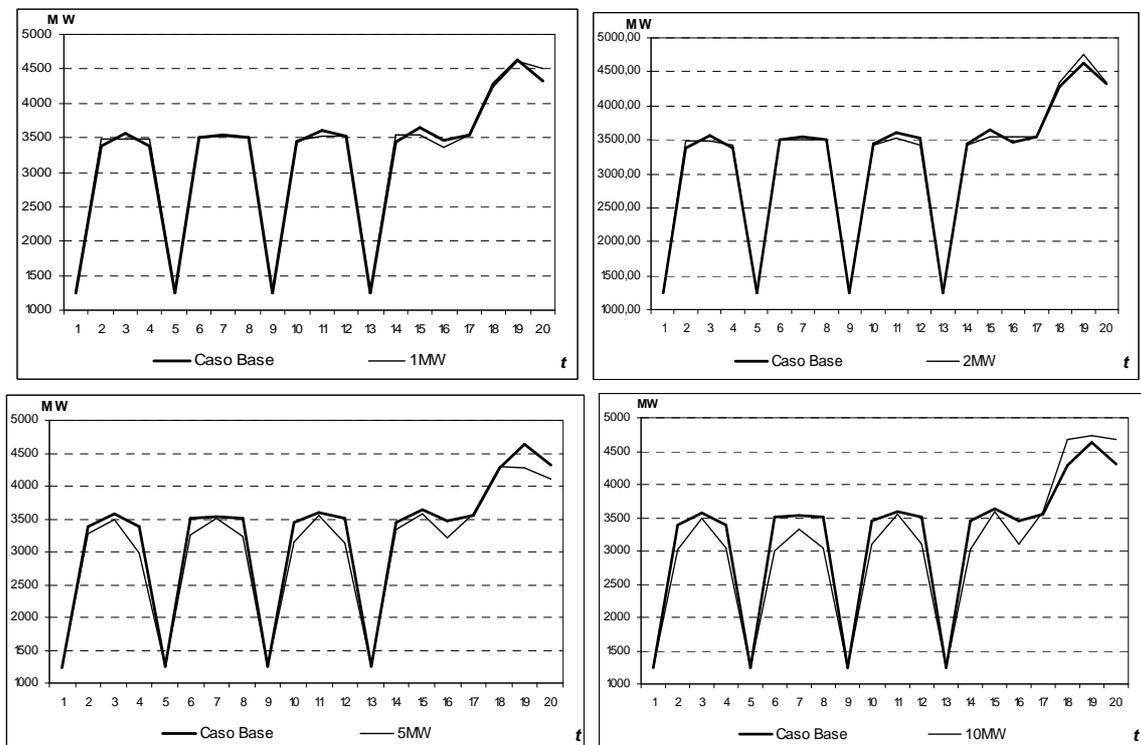
**Figura 5.4 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), para cada valor de tolerância em MW – Usina de Itaipu.**



**Figura 5.5 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), para cada valor de tolerância em MW – Usina de G.B. Munhoz.**



**Figura 5.6 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), para cada valor de tolerância em MW – Usina de Itaparica.**



**Figura 5.7 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), para cada valor de tolerância em MW – Usina de Tucuruí.**

Observa-se que tanto as tolerâncias de 1 MW e 2 MW apresentam desvios muito pequenos em relação ao perfil para o caso de referência, obtido com tolerâncias muito rigorosas para a precisão nas perdas. Os resultados para 5 MW e 10 MW de tolerância, apesar de mostrarem comportamentos semelhantes ao caso base, apresentam alguns desvios pontuais que podem comprometer os resultados de despacho em alguns intervalos de tempo. A exceção foi a usina de G.B. Munhoz, para a qual as gerações foram idênticas para todos os casos, exceto para o intervalo 12 no caso com tolerância de 5MW.

A Tabela 5.2 apresenta o desvio médio nas gerações hidroelétricas de cada caso em relação ao caso-base, considerando-se todas as usinas e intervalos de tempo.

**Tabela 5.2 - Desvio médio na geração hidroelétrica em relação ao caso-base, ao se variar a tolerância em MW, considerando-se todas as usinas / períodos.**

Tolerância	0,5 MW	1 MW	2 MW	5 MW	10 MW
Desvio médio em relação ao caso-base, por usina e período (MW)	5,59	6,87	11,34	15,30	20,48

Nota-se que os resultados para 1 MW são bastante satisfatórios, quando comparado com o obtido para uma tolerância de 0,5 MW. A partir da tolerância de 2 MW, os desvios começam a aumentar, indicando perda na qualidade dos resultados ao se diminuir a acurácia na representação das perdas.

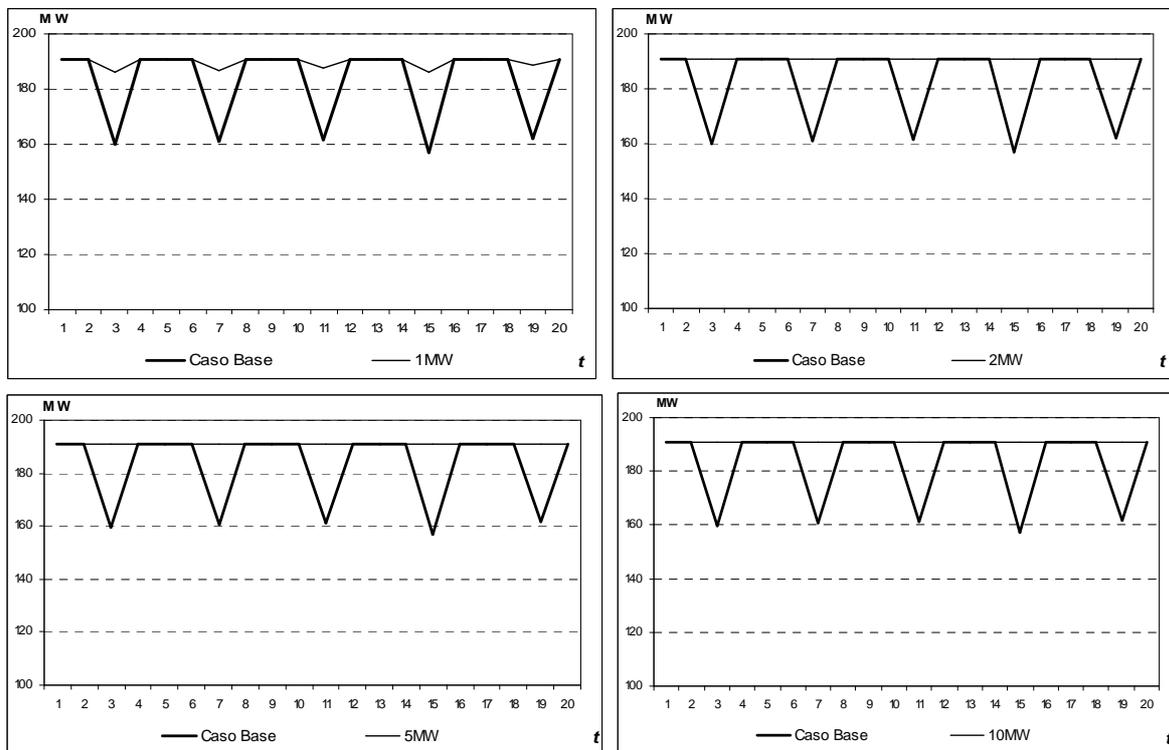
### Gerações termoeletricas

A única usina termoeletrica cujo despacho variou com a tolerância adota para as perdas foi L.C.Prestes, cujos resultados comparativos com o caso-base são mostrados na Figura 5.8.

O caso de 1MW foi o único que apresentou uma maior aderência em relação aos demais. Esses resultados não podem ser considerados conclusivos, pois apenas uma usina termoeletrica variou o seu perfil de geração com a tolerância para as perdas. A análise se tornaria mais elucidativa em um caso onde houvesse grandes variações de gerações nas usinas termoeletricas, quando uma comparação melhor entre os resultados com cada tolerância poderia ser feita. Ressalta-se, entretanto, que como o sistema brasileiro possui um percentual pequeno de usinas termoeletricas, cujos custos incrementais de geração são fixos<sup>1</sup>,

<sup>1</sup> Para as usinas hidroelétricas, o custo incremental de geração não é fixo, pois varia com o valor da água e a produtividade da usina, os quais variam com o valor de geração da mesma.

é esperado que haja pequenas variações no montante de geração termoelétrica em função de pequenas alterações na carga do sistema, como é o caso quando se consideram as perdas.

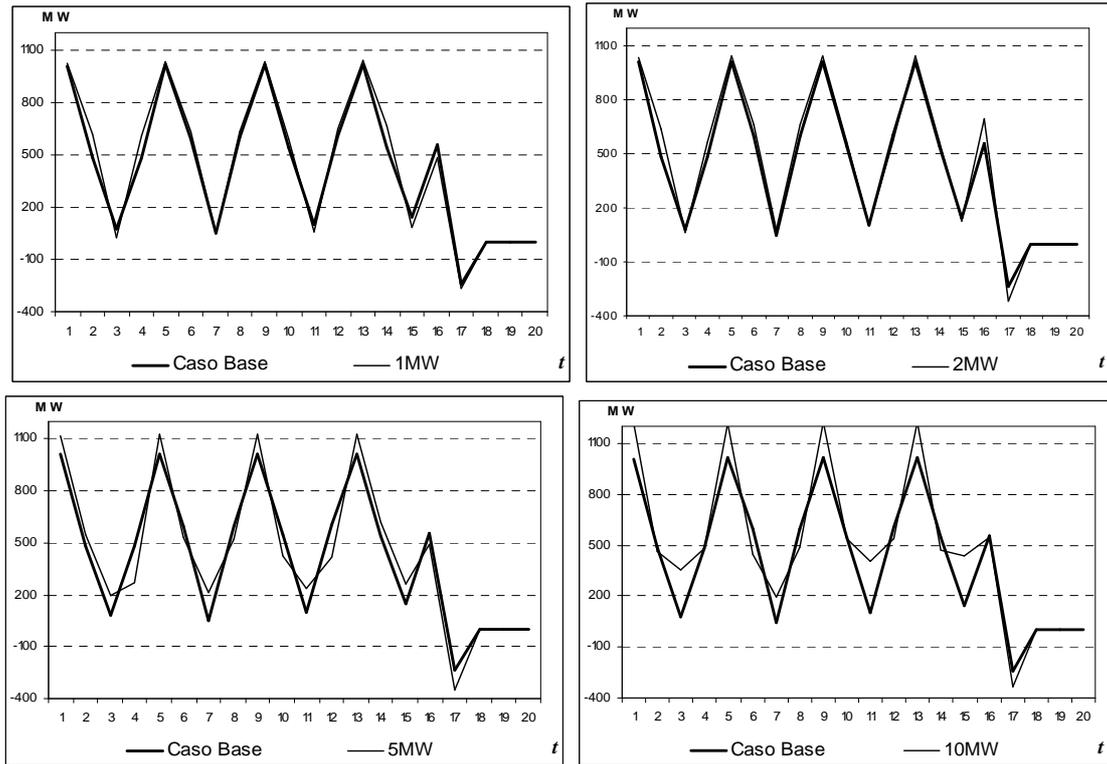


**Figura 5.8 - Comparação das gerações termoelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), para cada valor de tolerância em MW – Usina de L.C.Prestes**

### Intercâmbios entre subsistemas

Na Figura 5.9, comparam-se os intercâmbios na linha Norte-Sul (Interligação FC-SE) obtidos com cada valor de tolerância para as perdas, em relação ao caso-base.

Observa-se um comportamento semelhante ao verificado para as gerações hidroelétricas: os casos com 1MW e 2MW apresentam desvios bem pequenos em relação ao caso-base, enquanto os resultados para as tolerâncias de 5MW e 10MW já apresentam desvios mais significativos. Esta observação também se confirma quando se avalia o desvio médio considerando todos os intercâmbios e todos os períodos, conforme se mostra na Tabela 5.3.



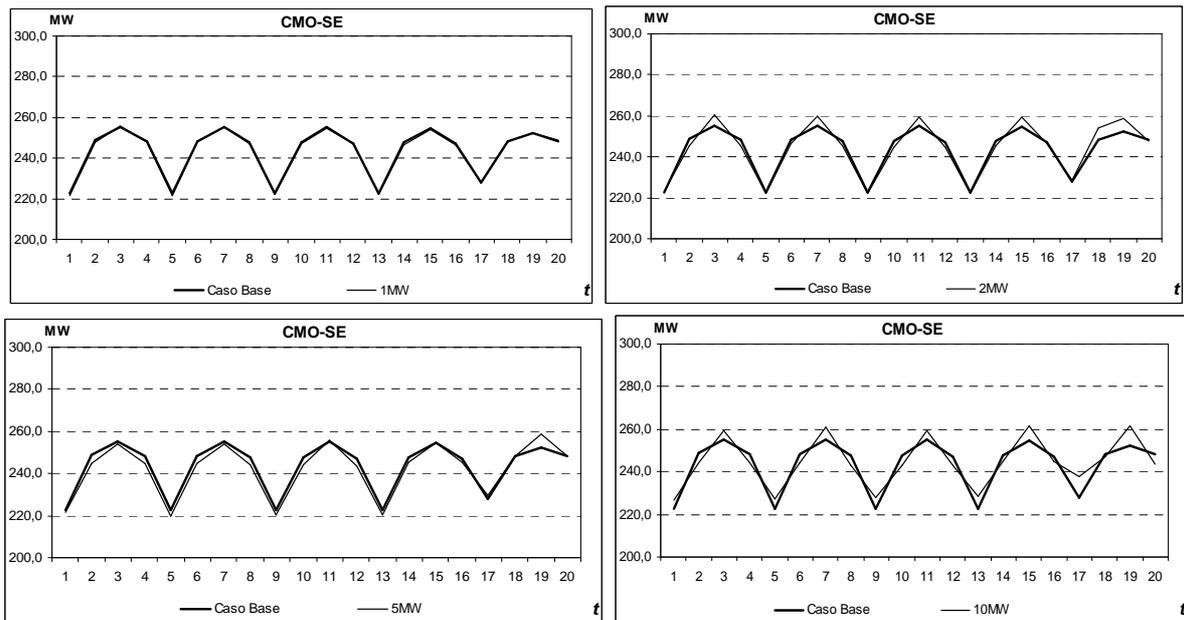
**Figura 5.9 - Comparação do intercâmbio de energia entre FC e SE ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), para cada valor de tolerância em MW.**

**Tabela 5.3 - Desvio médio nos intercâmbios entre subsistemas em relação ao caso-base, ao se variar a tolerância em MW, considerando-se todas os intercâmbios / períodos.**

Tolerância	0,5 MW	1 MW	2 MW	5 MW	10 MW
Desvio médio em relação ao caso-base, por intercâmbio e período (MW)	48,04	50,49	65,64	89,42	120,20

### Custo Marginal de Operação

Avalia-se, na Figura 5.10, os desvios entre o caso-base e os quatro casos estudados, em relação ao custo marginal de operação (CMO) médio do subsistema sudeste, obtido pela média ponderada, pelas cargas, dos custos marginais obtidos por barra. De forma semelhante às demais análises, verifica-se uma excelência aderência para a tolerância de 1 MW, ocorrendo perdas de precisão crescentes ao se aumentar o valor de tolerância.



**Figura 5.10 - Comparação do CMO médio do subsistema SE ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), para cada valor de tolerância em MW.**

### 5.1.3. Tempo Computacional

Na Tabela 5.4 faz-se uma comparação entre os tempos computacionais para resolver o problema com cada um dos valores de tolerância em MW considerados. Para permitir uma melhor análise do *trade-off* entre tempo de CPU e acurácia, repetem-se os valores de % de perdas representadas em cada caso, mostrados na Tabela 5.1.

**Tabela 5.4 – Trade-off entre tempo de CPU e % de representação das perdas, ao se variar o valor de tolerância em MW**

Tolerância	Tempo de CPU (hr:min:seg)	% perdas consideradas
Caso base (0,1MW)	10:42:06	98,70
0,5 MW	03:17:55	92,85
1 MW	01:22:55	87,21
2 MW	00:37:02	78,04
5 MW	00:29:11	61,27
10 MW	00:16:16	42,48

Observa-se que o tempo de CPU só passa a ser viável para a programação da operação a partir do uso de tolerâncias maiores ou iguais a 1 MW. A redução de tempo quando se passa de 1MW para 2MW é significativa (mais de 50%), mas perde-se um pouco de acurácia na modelagem, como visto nas seções anteriores, embora esta perda não seja tão forte. Apesar do tempo computacional para tolerâncias maiores do que 5MW ser bem menor, a perda de acurácia dos resultados não justifica o emprego de tais valores.

#### 5.1.4. Conclusões e Recomendações

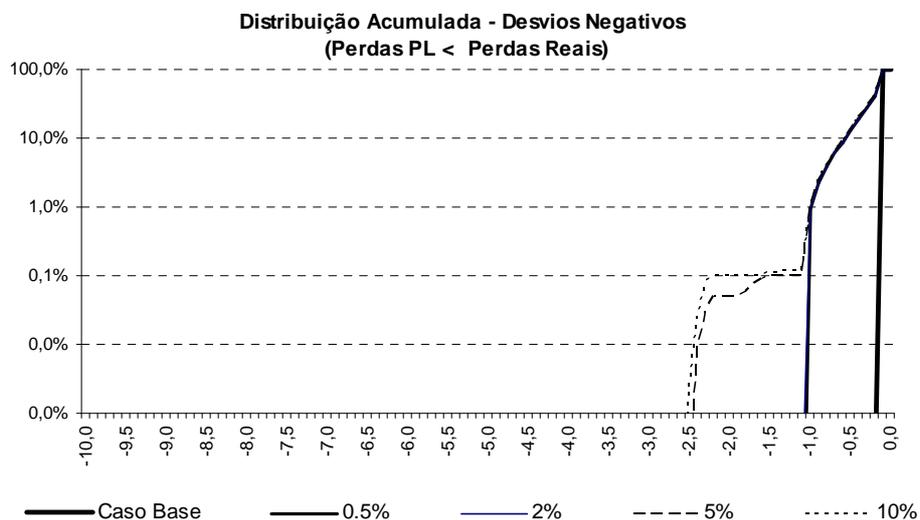
Com base nas análises realizadas ao longo da seção 5.1, sugere-se que os valores de tolerância em MW se situem entre 1 MW e 2 MW. Ressalta-se, entretanto, que os estudos devem ser estendidos para outros casos, em que o sistema esteja em condições operativas distintas em relação ao caso considerado neste estudo. Somente após essa análise mais aprofundada é que se pode determinar um intervalo em que os valores de tolerância apresentam maior robustez em relação a mudanças na configuração e/ou estado do sistema.

### 5.2. Análise de sensibilidade em relação às tolerâncias percentuais

Neste segundo estudo, utilizou-se uma tolerância absoluta de 1MW, que se mostrou adequada nos resultados mostrados na seção 5.1, e variou-se a tolerância relativa com os seguintes valores: 0,5 %, 2%, 5% e 10%. Novamente, compararam-se os resultados com os obtidos no caso-base, onde as tolerâncias são de 0,1MW e 0,1%.

#### 5.2.1. Acurácia na representação das perdas

A Figura 5.11 mostra a distribuição acumulada dos desvios negativos para as perdas para cada uma das tolerâncias absolutas consideradas.



**Figura 5.11 - Distribuição acumulada dos desvios negativos (MW) para as perdas, ao se variar a tolerância relativa (Tolerância absoluta: 1MW; Tolerância do caso base: 0,1MW / 0,1%).**

Percebe-se que, uma vez estabelecida uma tolerância adequada para os desvios absolutos (1MW, como visto na seção 5.1), não há perdas significativas ao se relaxar a tolerância

relativa. Embora os casos com tolerâncias de 0,5% e 2% apresentem uma distribuição bem melhor de desvios do que os casos com valores de 5% e 10% para a tolerância, observa-se que, mesmo para o caso com 10% de tolerância, apenas cerca de 0,1% dos desvios são inferiores a  $-2,3$  MW, e apenas 1% dos desvios é inferior a  $-1,0$  MW.

Esta observação se confirma se analisarmos o montante total de perdas consideradas pelo modelo quando se utiliza os diversos valores de tolerância relativa, conforme mostrado na Tabela 5.5.

**Tabela 5.5 - Montante total de perdas consideradas pelo modelo, em função da tolerância em % adotada (tolerância absoluta: 2 MW)**

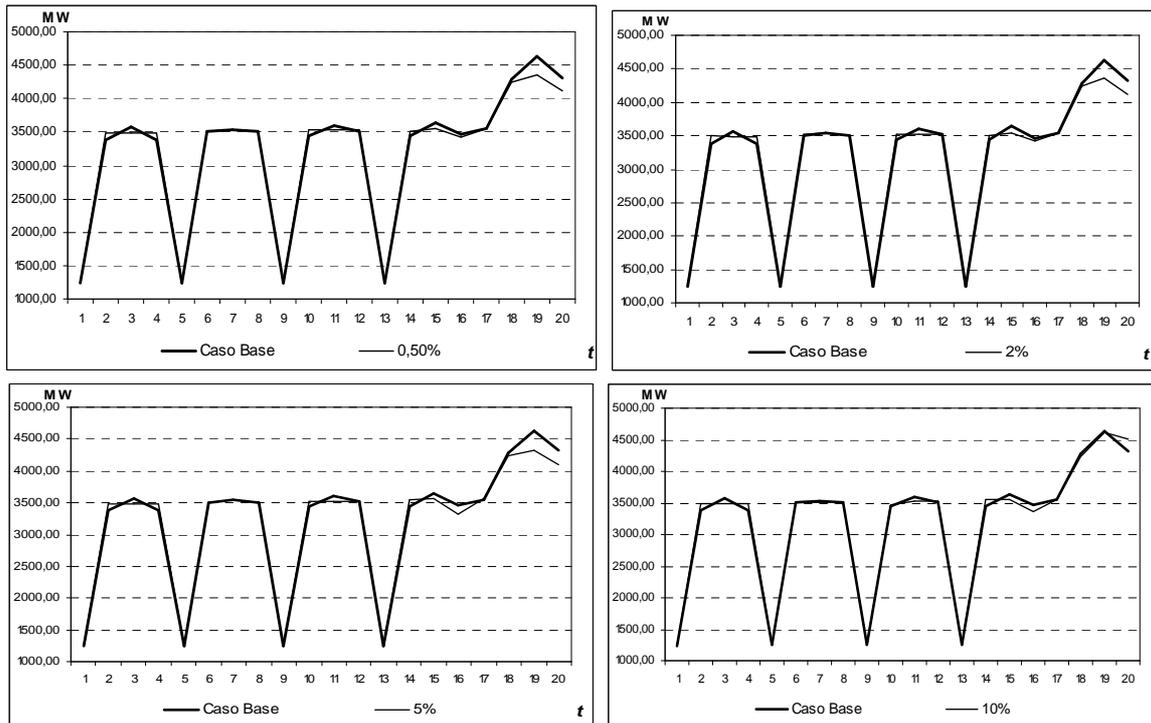
Tolerância	% perdas consideradas	% linhas consideradas
Caso base (0,1MW)	98,70	63,77
0,5 %	87,46	23,93
2 %	87,46	23,93
5 %	87,32	23,99
10 %	87,21	23,94

Conclui-se que, para uma tolerância absoluta de 1MW, a acurácia na representação das perdas não varia significativamente com o valor de tolerância em %. Resta-nos verificar se o mesmo acontece para as demais variáveis de operação do sistema, como gerações hidroelétricas, termoelétricas, intercâmbios e custo marginal de operação.

### 5.2.2. Acurácia nos resultados de despacho

#### Gerações hidroelétricas

A Figura 5.12 mostra a comparação da geração da usina hidroelétrica de Tucuruí, entre o caso-base (0,1% e 0,1MW) e os casos variando-se a tolerância relativa, em %. Escolheu-se esta usina pelo fato de ter sido, dentre as usinas analisadas na seção 5.1.2, a que apresentou maiores variações quando se modificou a tolerância em MW.



**Figura 5.12 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), para cada valor de tolerância em % – Usina de Tucuruí.**

Variando-se a tolerância em %, percebe-se quase nenhuma variação no despacho da usina, o que confirma as conclusões sugeridas no item 5.2.1. Para as demais usinas analisadas na seção 5.1.2, o despacho também praticamente não variou com a tolerância em %.

A fim de se ter um resultado que englobe todas as usinas, avalia-se na Tabela 5.6 o desvio médio nas gerações hidroelétricas de cada caso em relação ao caso-base, considerando-se todas as usinas e intervalos de tempo.

**Tabela 5.6 - Desvio médio na geração hidroelétrica em relação ao caso-base, ao se variar a tolerância em %, considerando-se todas as usinas / períodos.**

Tolerância	0,5 %	2 %	5 %	10 %
Desvio médio em relação ao caso-base, por usina e período (%)	6,53	6,53	9,08	6,87

Curiosamente, o resultado com 5% foi pior do que o obtido com 10%. De qualquer forma, percebe-se que a mudança nos resultados não é significativa ao se variar a tolerância para as perdas em %.

## Gerações termoelétricas, intercâmbios e custos marginais

Análises semelhantes às mostradas na seção 5.1.2 foram realizadas para as gerações termoelétricas, intercâmbios e custos marginais, variando-se a tolerância em %. Verificou-se a mesma invariância no despacho do sistema já apontada no início dessa seção para as gerações hidroelétricas.

### 5.2.3. Tempos Computacionais

Na Tabela 5.7 faz-se uma comparação entre os tempos computacionais para resolver o problema com cada um dos valores de tolerância em % considerados, juntamente com os valores de % de perdas representadas em cada caso, mostrados na Tabela 5.4.

**Tabela 5.7 – Trade-off entre tempo de CPU e % de representação das perdas, ao se variar o valor de tolerância em %**

Tolerância	Tempo de CPU (hr:min:seg)	% perdas consideradas
Caso base (0,1%)	10:42:06	98,70
0,5 %	01:15:26	87,46
2 %	01:15:14	87,46
5 %	01:12:13	87,32
10 %	01:22:55	87,21

Observa-se que o tempo de CPU praticamente não varia com a tolerância em %, uma vez utilizada a tolerância absoluta de 1 MW.

### 5.2.4. Conclusões e Recomendações

Os resultados dessa seção mostram que o parâmetro mais importante para contrabalançar a acurácia na representação das perdas com o tempo computacional é o valor de tolerância absoluta, em MW. Uma vez utilizado um valor adequado (como por exemplo, 1 MW), pouco importa o valor de desvio em %, tomando-se apenas o cuidado para que este não seja muito elevado (por exemplo, 50%). Sugere-se utilizar uma tolerância não muito alta, (como por exemplo, 2 a 10%) pois podem ocorrer casos distintos ao analisado, em que eventualmente a tolerância em % tenha uma maior importância em relação à verificada no caso estudados.

### 5.3. Análise de sensibilidade em relação aos níveis de tensão

Nesta seção, faz-se uma análise de como variam as perdas na rede elétrica de acordo com os níveis de tensão. Esta informação pode ser relevante visto que o modelo DESSEM-PAT permite que se informem tolerâncias diferenciadas para a acurácia nas perdas de acordo com o nível de tensão nas barras extremas de cada linha.

#### 5.3.1. Distribuição das perdas por nível de tensão

Uma primeira análise consistiu em identificar os níveis de tensão para os quais ocorrem as maiores perdas de transmissão. A Tabela 5.8 a seguir mostra os resultados obtidos para o caso-base, onde se listam, em ordem decrescente, os níveis de tensão com maiores quantidades de perdas. Para cada nível, indica-se o percentual das perdas totais do sistema e o percentual de linhas englobadas em cada nível, considerando-se apenas as linhas não radiais. Os percentuais acumulados de cada linha da tabela e referem à soma das perdas no nível respectivo com as perdas em todos os níveis listados nas linhas situadas mais acima na tabela.

**Tabela 5.8 – Percentuais de perdas por nível de tensão – linhas não radiais.**

Nível de Tensão	Quantidade de linhas X Períodos			Perdas de transmissão do sistema		
	no nível	% do total de linhas nos 9 níveis	% acum.	no nível (MW)	no nível (%)	Acum. (%)
C	5.499	7,24%	7,24%	11.238,91	20,71%	20,71%
G	29.132	38,35%	45,59%	10.665,52	19,65%	40,37%
F	15.372	20,24%	65,82%	8.407,65	15,49%	55,86%
E	4.252	5,60%	71,42%	7.871,99	14,51%	70,37%
D	1.860	2,45%	73,87%	4.524,38	8,34%	78,70%
A	600	0,79%	74,66%	2.556,93	4,71%	83,42%
“ ” *	1.872	2,46%	77,12%	3.574,20	6,59%	90,00%
B	1.720	2,26%	79,39%	1.823,59	3,36%	93,36%
I	5.628	7,41%	86,79%	737,32	1,36%	94,72%
outras	10.032	13,21	100,00%	2.963,90	5,28%	100,00%

\* o conjunto “ ” representa as linhas com níveis de tensão não definidos para suas barras extremas.

Boa parte dos circuitos (70%) pertence aos quatro níveis de tensão com maior volume de perdas. Considerando-se os percentuais de linhas em cada nível de tensão, percebe-se que os níveis A, C, D e E são os que apresentam o maior volume relativo de perdas.

Para fins de análise, dividiram-se os níveis de tensão em três conjuntos:

- Conjunto 1, com maior quantidade de perdas (70,37%): níveis C, G, F e E;

- Conjunto 2, com os níveis D e A, acrescentando 13,05% às perdas do conjunto 1;
- Conjunto 3, com os níveis “ ”, B e I, acrescentando mais 11,30% às perdas dos dois conjuntos anteriores.

Ressalta-se que, na versão atual do modelo DESSEM-PAT, não é possível selecionar de forma exclusiva o nível “ ” para representação das perdas, devido ao fato deste não possuir identificação alfanumérica. Desta forma, para o conjunto 3 só foi possível considerar os níveis B e I. Esta questão deve ser tratada futuramente, nos dados de entrada, visto que 6,59% das perdas no sistema se concentram em linhas sem definição do nível de tensão.

### 5.3.2. Trade-off entre tempo computacional e representação das perdas

A Tabela 5.9 mostra o % das perdas exatas totais no sistema obtidas ao se representar as perdas apenas em alguns níveis de tensão. Para que se tenha um % razoável de representação das perdas, é necessário representar todos os níveis de tensão listados na Tabela 5.9.

**Tabela 5.9 – Resultados obtidos ao se considerarem as perdas apenas em alguns níveis de tensão.**

	Níveis representados	% perdas exatas totais obtidas pelo modelo	Tempo de CPU	# iterações da PDD
Caso base	Todos	98,70	10:42:06	10
Conjunto 1	C, G, F, E	64,43	01:19:12	18
Conjuntos 1 e 2	C, G, F, E, D, A	83,45	01:04:12	12
Conjuntos 1, 2 e 3	C, G, F, E, D, A, B, I	86,69	01:08:40	12

Os resultados gerais do *trade-off* entre representação das perdas X tempo de CPU são semelhantes aos obtidos na seção 5.1, quando se analisaram as tolerâncias em MW.

### 5.3.3. Conclusões e Recomendações

Os resultados mostrados nesta seção não motivam a adoção, de forma isolada, de representação das perdas seletivamente por nível de tensão. A adoção de tolerâncias por % ou em MW para todas as linhas, estudadas nas seções 5.1 e 5.2, parecem ser suficientes para se conseguir uma representação satisfatória do montante de perdas no sistema.

Entretanto, pode-se combinar as alternativas dos itens 5.1 a 5.3, adotando-se tolerâncias mais apertadas para determinados níveis de tensão e tolerâncias mais relaxadas para outros.

#### 5.4. Análise de sensibilidade em relação ao número de dias com representação das perdas

Estuda-se nesta seção a possibilidade de, apesar de considerar a rede elétrica ao longo de todo o estudo, representar as perdas apenas para os primeiros dias. O objetivo é verificar se a operação para o primeiro dia, que é o resultado mais importante para o modelo, é significativamente afetada se as perdas são representadas para os demais dias do estudo. Ressalta-se que, em geral, os despachos obtidos para os demais dias serão revistos quando se executar o modelo no dia seguinte<sup>1</sup>.

Faz-se um estudo de sensibilidade considerando-se perdas para os primeiros  $k$  dias, com  $k$  variando de 1 a 4. Face aos resultados obtidos nas seções 5.1 e 5.2, utilizaram-se as tolerâncias de 2% e 1 MW para as perdas. Como a acurácia na representação das perdas já foi verificada nas seções anteriores, as análises desta seção se concentram na comparação dos resultados dos diferentes despachos obtidos ao se variar o número de dias com perdas.

As variantes consideradas nesse estudo foram:

- 4 primeiros dias com perdas + 5º dia sem perdas;
- 3 primeiros dias com perdas + 4º e 5º dia sem perdas;
- 2 primeiros dias com perdas + 3º ao 5º dia sem perdas;
- Primeiro dia com perdas + 2º ao 5º dia sem perdas.

Os resultados desses casos foram comparados com os obtidos para o caso-base, onde se representaram as perdas para todos os cinco dias, com as tolerâncias de 0,1MW e 0,1%.

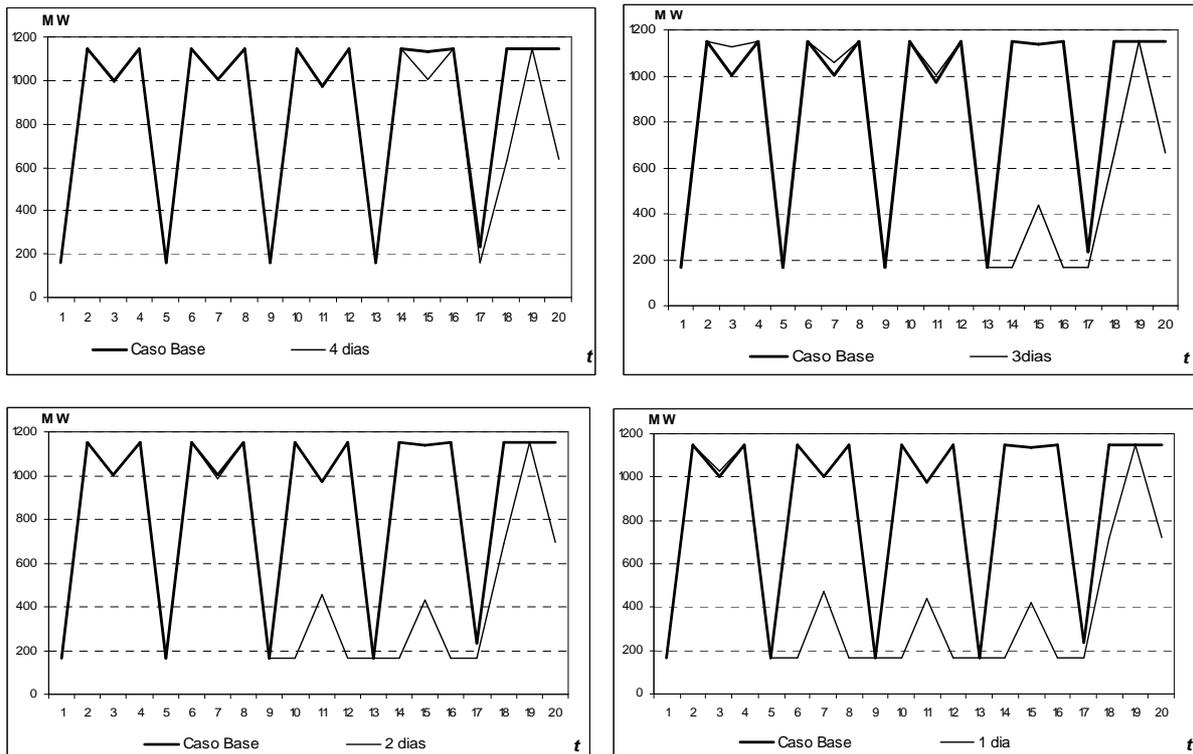
---

<sup>1</sup> Exceto quando se executa o modelo na sexta feira, para obter o despacho de referência para o final de semana (sábado, domingo e segunda).

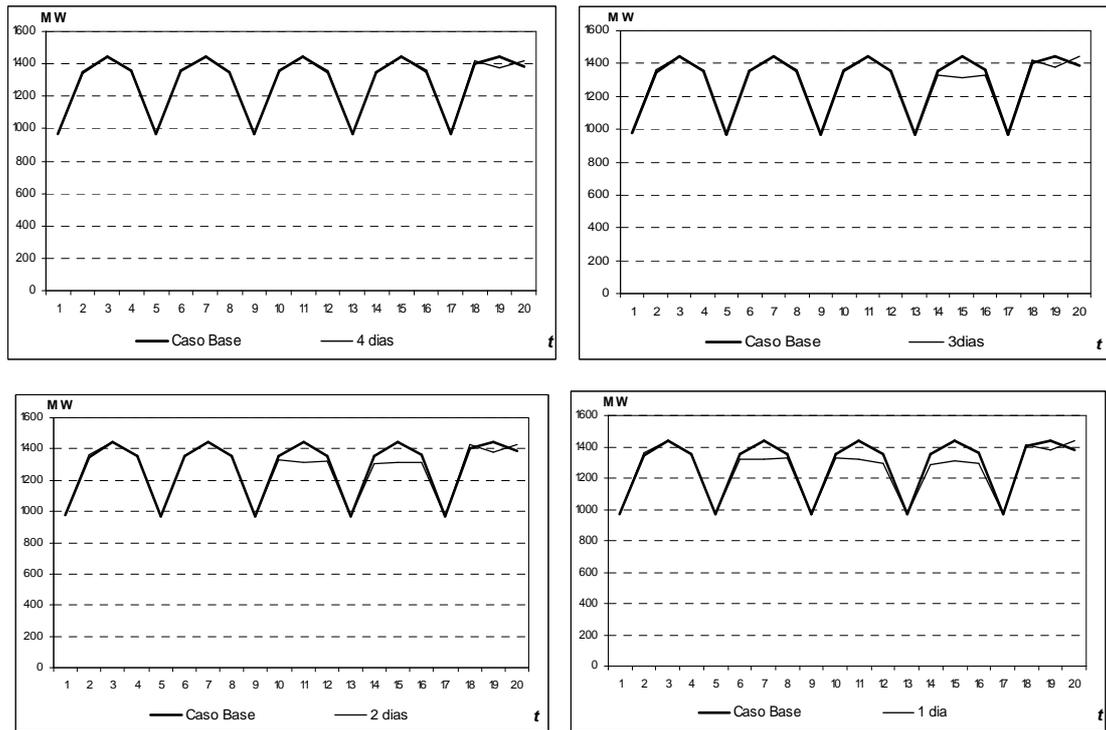
### 5.4.1. Acurácia nos resultados de despacho

#### Gerações hidroelétricas

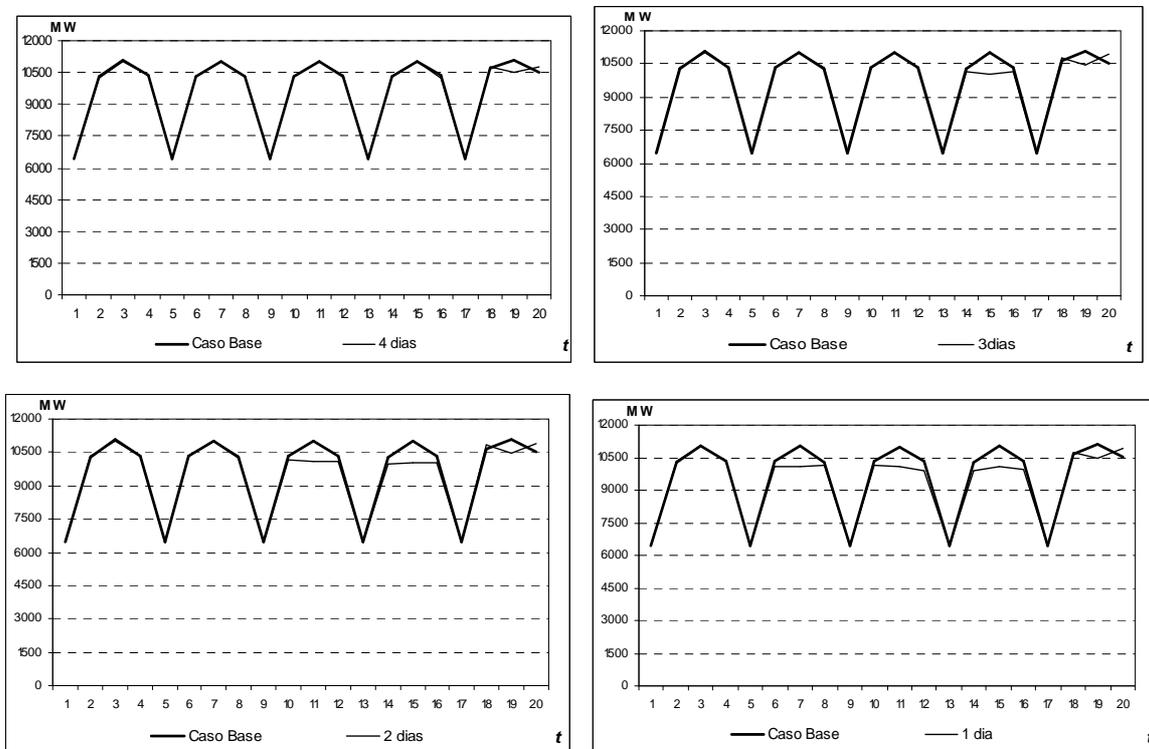
Mostra-se, da Figura 5.13 a Figura 5.18, a comparação das gerações de algumas usinas hidroelétricas, entre o caso-base (0,1%-0,1MW) e os casos variando-se o número de dias com perdas.



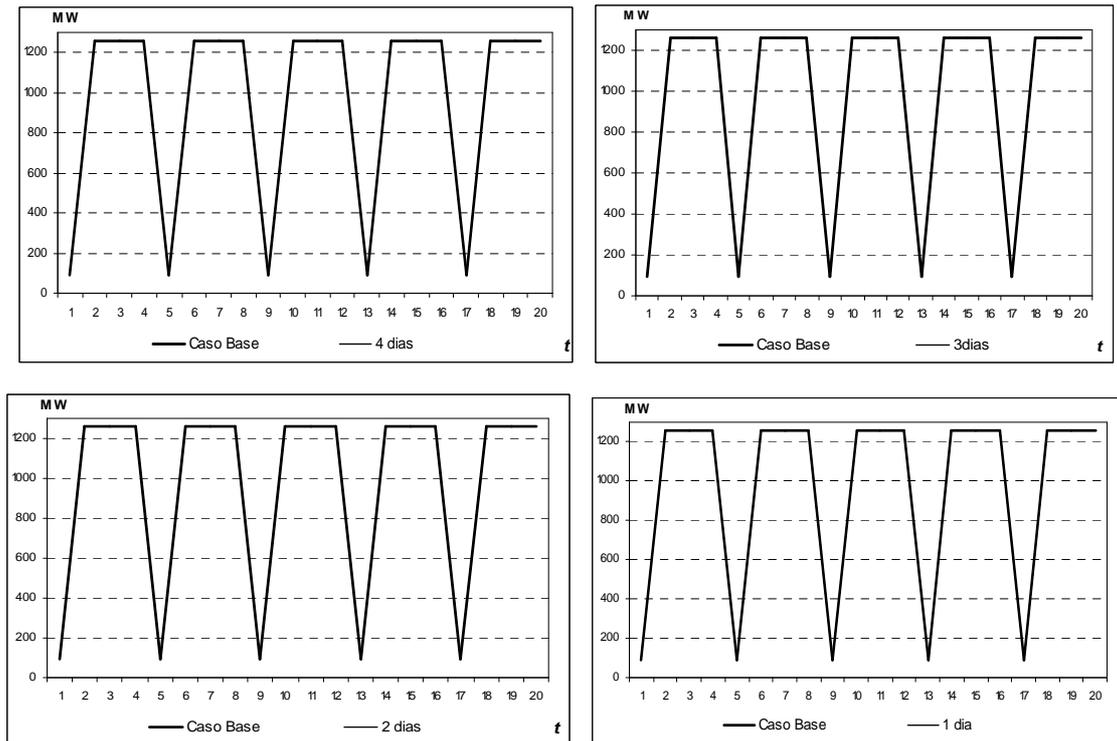
**Figura 5.13 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), ao se variar o número de dias com perdas – Usina de Furnas.**



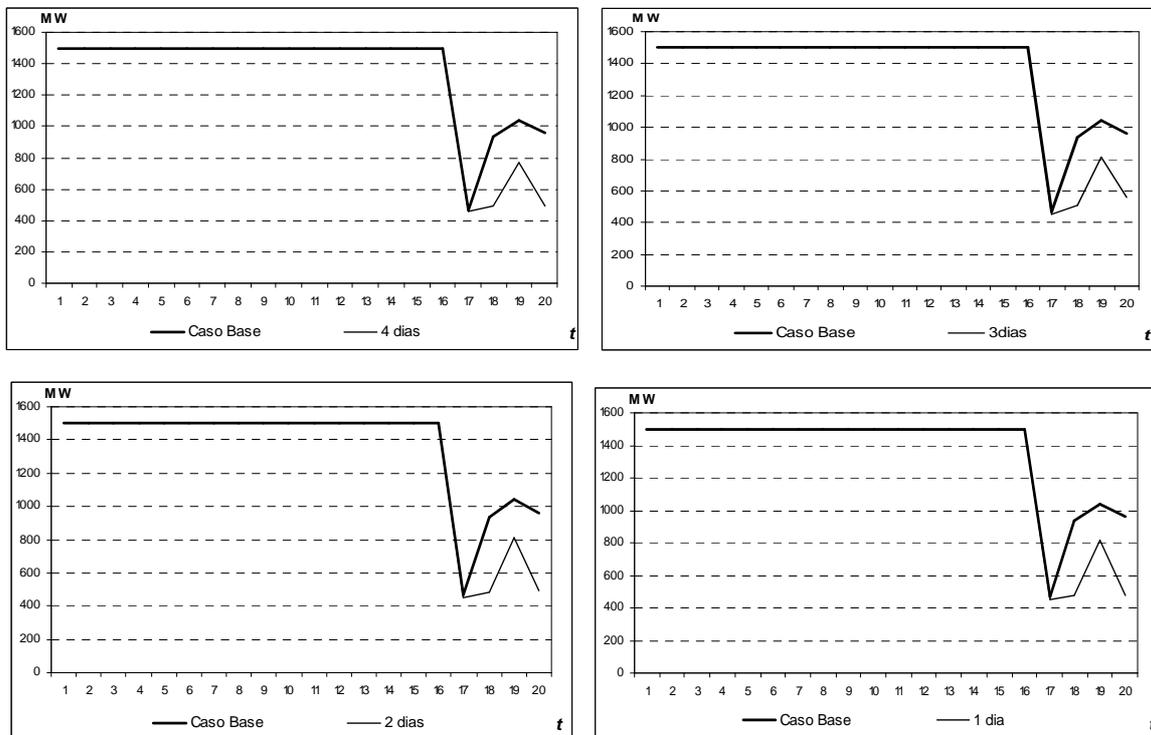
**Figura 5.14 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), ao se variar o número de dias com perdas – Usina de Jupiá.**



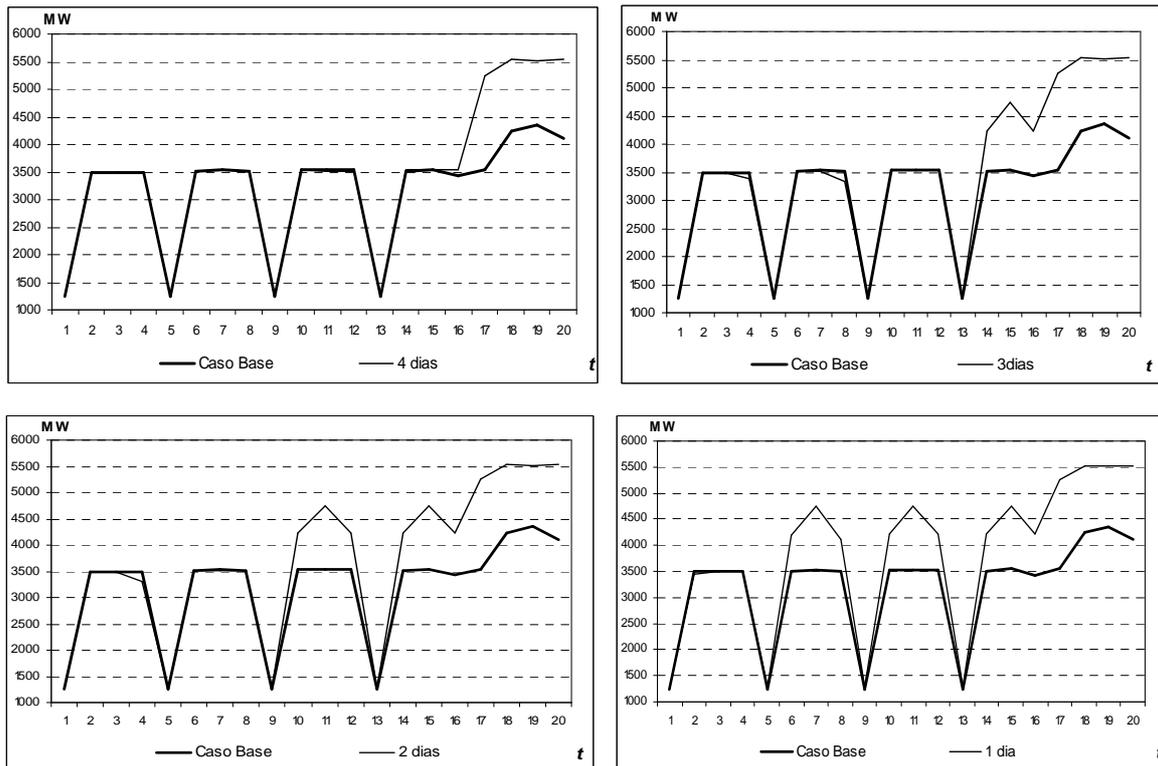
**Figura 5.15 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), ao se variar o número de dias com perdas – Usina de Itaipu.**



**Figura 5.16 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), ao se variar o número de dias com perdas – Usina de G.B.Munhoz.**



**Figura 5.17 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), ao se variar o número de dias com perdas – Usina de Itaparica.**



**Figura 5.18 - Comparação das gerações hidroelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), ao se variar o número de dias com perdas – Usina de Tucuruí.**

Pode-se perceber que o despacho do primeiro dia para todas as usinas analisadas permanece praticamente inalterado, independente do número de dias à frente para os quais as perdas foram representadas.

De forma a ter uma avaliação geral considerando todas as usinas, a Tabela 5.10 mostra o desvio médio na geração hidroelétrica, em MW, em relação ao caso base, para cada dia do estudo, em cada um dos quatro casos considerados. A média foi calculada considerando os desvios de todas as usinas em todos os intervalos de tempo compreendidos em cada dia.

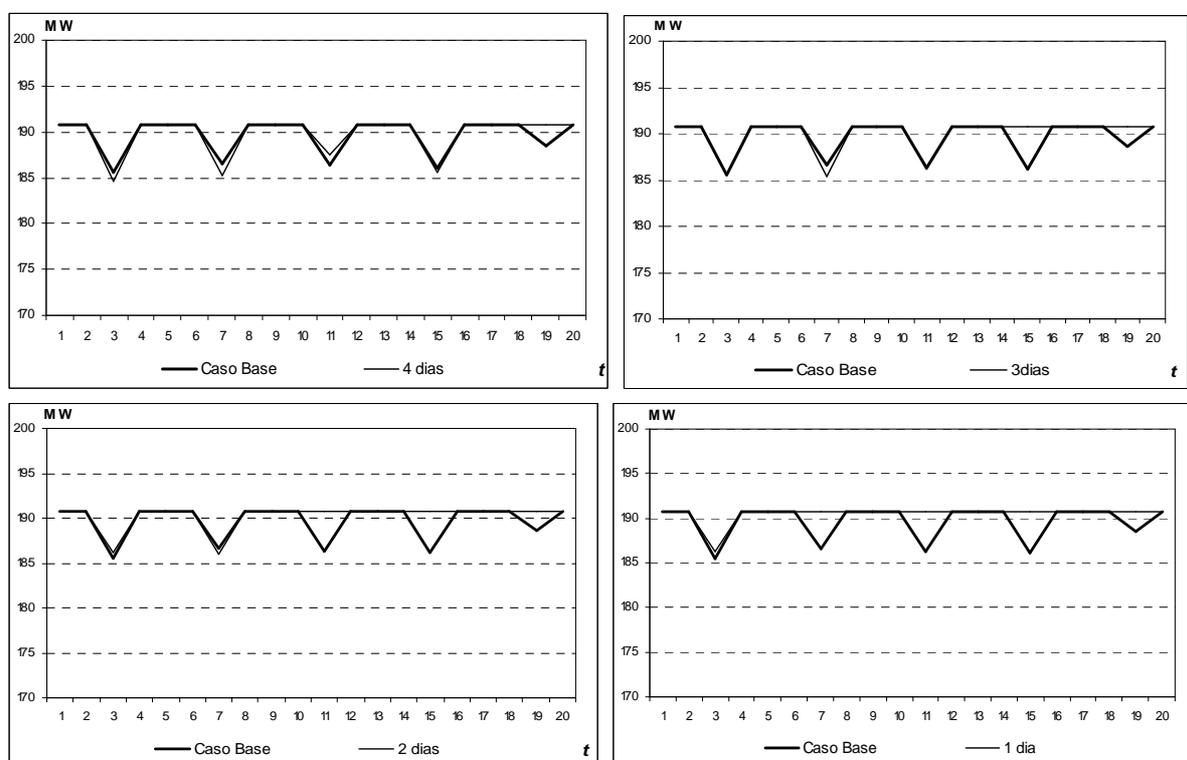
**Tabela 5.10 - Desvio médio das gerações hidroelétricas em relação ao caso base, ao se variar o número de dias com perdas (médias considerando todas as usinas e intervalos de tempo do dia) – MW.**

	Número de dias com perdas			
	$k=4$	$k=3$	$k=2$	$k=1$
1º dia	2,02	4,20	2,93	2,36
2º dia	1,53	2,06	2,14	38,70
3º dia	1,64	1,52	38,05	38,39
4º dia	3,41	38,22	38,10	37,92
5º dia	54,50	54,38	54,69	54,73

Os resultados comprovam que o comportamento observado para as usinas mostradas da Figura 5.13 a Figura 5.18 se estende de forma geral para as demais usinas hidroelétricas do sistema. A diferença média na geração hidroelétrica para os dias com perdas varia aproximadamente de 2 a 4 MW em relação ao caso base, independente de se considerar ou não as perdas para os demais dias da semana.

### Gerações termoelétricas

A Figura 5.19 mostra o mesmo tipo de análise comparativa na operação dos primeiros dias, em relação à usina termoelétrica de L.C. Prestes.

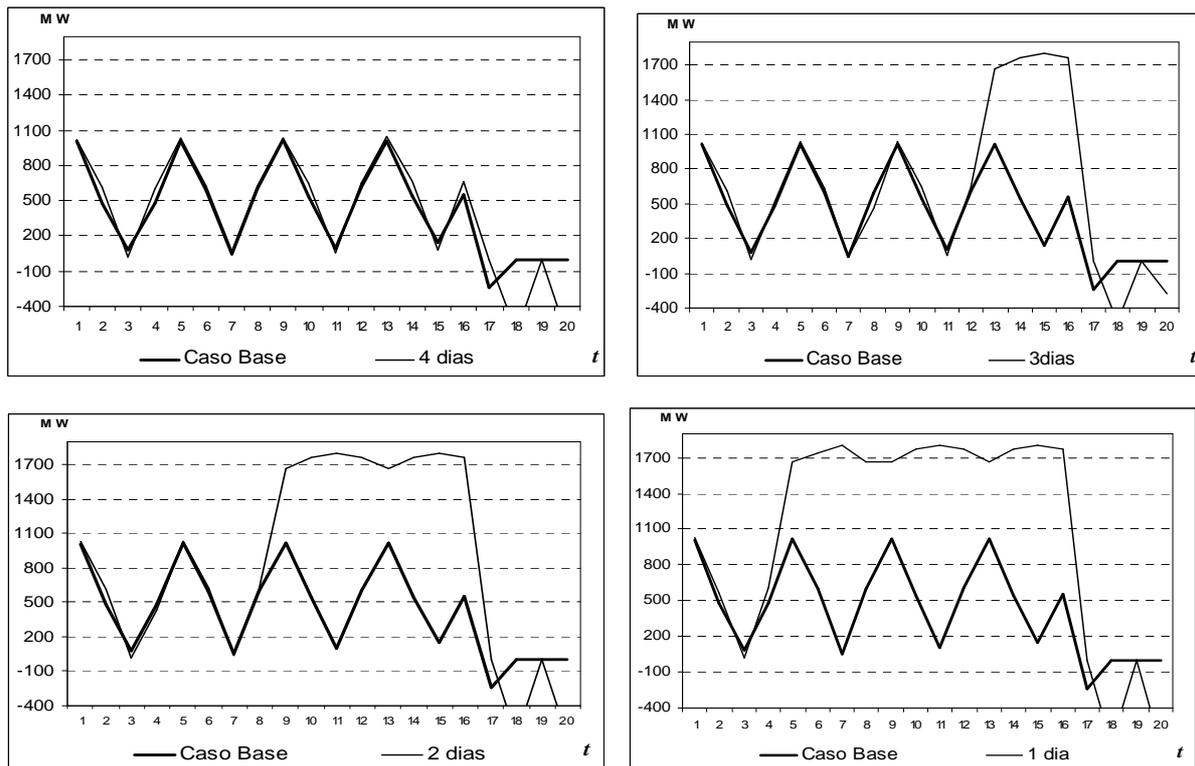


**Figura 5.19 - Comparação das gerações termoelétricas ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), ao se variar o número de dias com perdas – Usina de L.C.Prestes.**

Assim como no caso das usinas hidroelétricas, verifica-se que o despacho dos primeiros dias não é afetado significativamente em relação à consideração ou não das perdas para os demais dias do estudo.

### Intercâmbios entre subsistemas

A Figura 5.19 mostra o mesmo tipo de análise comparativa na operação dos primeiros dias, em relação à interligação FC-SE.



**Figura 5.20 - Comparação dos intercâmbios ao longo da semana em relação ao caso-base (0,1% e 0,1MW), ao se variar o número de dias com perdas – Interligação FC-SE.**

Novamente, verificam-se alterações muito pequenas nos despachos dos primeiros dias com perdas, quando se consideram ou não as perdas na rede elétrica nos demais dias da semana.

### 5.4.2. Tempo Computacional

A Tabela 5.11 compara os tempos computacionais ao se executar o modelo DESSEM-PAT considerando-se as perdas nos primeiros  $k$  dias, com  $k$  variando de 1 a 5.

**Tabela 5.11 – Variação do tempo computacional ao se considerar as perdas na rede elétrica apenas para os primeiros dias do estudo.**

Número de dias com perdas	5 dias (caso base)	4 primeiros dias	3 primeiros dias	2 primeiros dias	primeiro dia
Tempo de CPU (hr:min:seg)	01:15:14	01:04:53	01:04:46	00:51:34	00:31:39

Observa-se uma redução em torno de 33% do tempo ao se passar de 5 para 2 dias com perdas. Para o caso mais comum em que se considera as perdas apenas 1 dia à frente, a redução foi de mais de 50% (cerca de 75 minutos para 32 minutos).

### 5.4.3. Conclusões e Recomendações

Os resultados apresentados nesta seção são animadores, pois mostram que não é crucial se representar as perdas até o final do período de estudo, mas apenas durante os  $k$  dias para os quais o modelo deve fornecer a proposta de referência para a programação diária. Portanto, pode-se conseguir uma redução do tempo de CPU de 15% até mais de 50%, dependendo do valor de  $k$ , que varia de acordo com o dia da semana em que se irá executar o modelo.

## **5.5. Possíveis adaptações adicionais na metodologia**

Nesta seção, comentam-se algumas alternativas adicionais que podem ser avaliadas no futuro, com o objetivo de melhorar a performance da modelagem das perdas no modelo.

### **5.5.1. Tolerâncias variáveis ao longo do processo de PDD**

É possível utilizar, nas primeiras iterações, tolerâncias mais relaxada para as perdas, e apertá-las em iterações futuras. Isto teria o objetivo de evitar que o modelo tenha um grande esforço, nas primeiras iterações, em aproximar as perdas para pontos que, em iterações anteriores, não serão mais visitados durante o processo de PDD.

### **5.5.2. Resolução de um processo iterativo preliminar de PDD**

Uma funcionalidade prevista para o modelo DESSEM é a realização de um processo iterativo preliminar de PDD, antes de se resolver o problema em definitivo, com o objetivo de se ter uma estimativa do ponto de operação a ser encontrado para as usinas. Esta estimativa seria útil para calibrar a modelagem de algumas restrições no modelo, como por exemplo a função de produção das usinas hidroelétricas, a modelagem da soleira dos vertedouros, ou a representação do canal Pereira Barreto (entre as usinas de Ilha Solteira e Três Irmãos). Este mesmo procedimento preliminar de resolução do problema poderia ser útil para a modelagem das perdas pois, dispondo-se de uma estimativa para os fluxos e das perdas em cada linha, se poderia fazer uma aproximação mais “eficiente” para as perdas, para quando se for resolver o problema em definitivo.

## 6. CONCLUSÕES

Neste Relatório, fez-se uma análise do desempenho do modelo DESSEM quando se representam as perdas na rede elétrica no problema de programação diária da operação. O objetivo principal foi verificar a possibilidade de redução do tempo computacional para resolver o problema, sem entretanto comprometer significativamente a acurácia na representação das perdas no problema.

As seguintes conclusões podem ser feitas com base nos estudos apresentados:

- A tolerância em MW é muito mais importante do que a tolerância em %, para definir a acurácia do modelo de representação das perdas. O motivo principal é que existe um grande número de linhas cujos valores de perdas são desprezíveis para o sistema. Assim, ao se permitir um desvio mínimo absoluto em MW, eliminam-se uma série de restrições para as perdas nesses circuitos, diminuindo-se sensivelmente o tempo computacional para se resolver o problema;
- Apesar da tolerância em % possuir uma menor importância, é recomendável se considerar valores menores do que 100%, para que se construa pelo menos um corte para os circuitos cujos desvios superarem a tolerância em MW. Os estudos apresentados mostraram que os resultados pouco mudam ao se variar essa tolerância desde 0,1% até 10%;
- A consideração ou não das perdas de acordo com o nível de tensão deve ser melhor estudada. Aparentemente, as tolerâncias em MW e % já são suficientes para obter uma compensação desejável entre tempo computacional e acurácia na modelagem. Talvez se possa mesclar esses tipos de tolerância, considerando, por exemplo, tolerâncias variáveis de acordo com o nível de tensão;
- Dentre as combinações de tolerâncias estudadas, a de 1MW/ 10% foi a que apresentou, aparentemente, um melhor compromisso entre tempo computacional e acurácia na modelagem;
- Os resultados considerando as perdas apenas em alguns dias são muito promissores. Aparentemente, a operação dos primeiros dias não é afetada significativamente com a forma de representação da rede nos demais dias do estudo.

## 7. REFERÊNCIAS

- [1] CEPEL, Manual do Usuário do Modelo DESSEM – Versão 4.8, Outubro de 2008.
- [2] M.E.P. Maceira, L.A. Terry, F.S. Costa, J. M. Damazio, A C. G. Melo, “Chain of optimization models for setting the energy dispatch and spot price in the Brazilian system”, *Proceedings of the Power System Computation Conference - PSCC’02*, Sevilla, Spain, June 2002
- [3] CEPEL, “Newave Especificação Funcional”, Relatório Técnico DPP/PEL 349/99, 1999.
- [4] CEPEL, “Modelo DECOMP – Manual de Referência”, versão 12, Nov. 2007.
- [5] M. V. F. Pereira, L. M. V. G. Pinto, “Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system: a decomposition approach”, *Water Resources Research*, v. 21, n.6, pp. 779-792, June 1985.
- [6] A.L. Diniz, , M.E.P. Maceira, “A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects”, *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 23, n.3, pp. 1298-1308, Aug. 2008.
- [7] T. N. Santos, A. L. Diniz, “Avaliação da performance da programação dinâmica dual em relação à definição dos estágios para o problema de programação da operação”, *XIX Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica – SNPTEE*, Rio de Janeiro, 2007.
- [8] L. M. Costa, A. L. Diniz, T. N. Santos, “A influência de diferentes tipos de modelagem de redes elétricas no problema de coordenação hidrotérmica com restrições na transmissão”, *XI SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Belém, Pará, 2009
- [9] A. L. Diniz, L. C. F. Sousa, M. E. P. Maceira, S. P. Romero, F. S. Costa, C. A. Sagastizabal, A. Belloni, “Estratégia de representação DC da rede elétrica no modelo de despacho da operação energética – DESSEM”, *VIII SEPOPE – Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Brasília, 2002.
- [10] A. L. Diniz, T. N. Santos, M. E. P. Maceira, “Short term security constrained hydrothermal scheduling for large scale systems considering transmission losses”, *X SEPOPE – Symposium of Simposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning*, Salvador, 2006.
- [11] A. J. Monticelli, “Fluxo de cargas em redes de energia elétrica”, São Paulo, Edgard Blucher, 1983.
- [12] C. Gonzaga, E. Polak, “On constraint dropping schemes and optimality functions for a class of outer approximation algorithms”, *Siam Journal on Control and Optimization*, v. 17, n. 4, pp. 477-497, 1979.

- [13] B. Stott, J. L. Marinho, “Linear programming for power-system network security applications”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v. 98, n.3, pp. 837-848, 1979.
- [14] CEPEL, “Custos marginais de operação por barra e por subsistema no modelo DESSEM-PAT”, Nota Técnica - 7ª Reunião da FT- DESSEM-PAT, Nov. 2008.