

Título: Revisão da construção dos cortes de Benders ao considerar o Modelo Autorregressivo Periódico Anual (PAR(p)-A) no Algoritmo de Programação Dinâmica Dual Estocástica

Nº de Páginas: 40

Nº de Anexos: -

Dados do Cliente:

Comissão Permanente Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico - GT-Metodologia/CPAMP

Responsável:

Rodrigo Sacchi (CCEE)

Departamento: Otimização Energética e Meio Ambiente - DEA

Nº do PEP: PD.345.010

Centro de Lucro: C230000101

Centro de Custo: C203000006

Resumo: Revisa-se a metodologia apresentada pelo Cepel em 2020 para a construção dos cortes de Benders da função de custo futuro (FCF) na incorporação do modelo autorregressivo periódico anual (Par(p)-A) no algoritmo de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Mostra-se que, para se obter uma formulação exata, é necessário considerar as doze afluições passadas individualmente como variáveis de estado na FCF. Como esta formulação pode aumentar o tempo computacional para cálculo da política e é menos intuitiva para representação da tendência anual na FCF, apresenta-se uma formulação alternativa, ainda inexata, mas que mantém a variável de estado agregada proposta anteriormente. Comparam-se as abordagens em termos de convergência e resultados da operação.

Observações:**Autores:**

André Luiz Diniz Souto Lima – Cepel
Cristiane Barbosa da Cruz Oliveira – Cepel

Palavras-Chave:

Programação dinâmica dual estocástica;
Planejamento da operação de longo/médio prazo;
modelos autorregressivos periódicos;

Classificação de acesso: Público

Aprovação e data de emissão

André Luiz Diniz Souto Lima
Chefe do Departamento DEA

Tel.: 21-2598-6046

E-mail: diniz@cepel.br

Aprovação e data de emissão

Maurício Barreto Lisboa
Diretor de Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação

Relatório de Projeto CEPEL 1941/2021

PROJETO NEWAVE

Revisão da construção dos cortes de Benders ao considerar o Modelo Autorregressivo Periódico Anual (PAR(p)-A) no Algoritmo de Programação Dinâmica Dual Estocástica

Julho/2021

newave@cepel.br

SUMÁRIO

1	Introdução	6
2	Resumo da metodologia par(p)-a e escopo das modificações propostas neste relatório.....	7
2.1	Formulação matemática do modelo PAR(p)-A.....	7
2.2	Aplicação da metodologia PAR(p)-A em cada macroprocesso do modelo NEWAVE	7
2.3	Aplicação da metodologia PAR(p)-A no Cálculo da Política de Operação por PDDE	8
2.4	Aplicação da metodologia PAR(p)-A nos modelos DECOMP e GEVAZP	9
2.5	Escopo das modificações propostas para a metodologia PAR(p)-A.....	10
3	Formulação original da modelagem par(p)-a na pdde.....	11
3.1	Função objetivo.....	11
3.2	Restrições influenciadas pelo PAR(p)-A	11
3.3	Expressão dos cortes de Benders com o modelo PAR(p)-A.....	12
3.4	Construção dos cortes de Benders da metodologia PARP(p)-A.....	13
3.4.1	Cálculo dos coeficientes associados às afluências passadas.....	14
3.4.2	Cálculo dos coeficientes associados à variável agregada $Xt - 1$	14
4	Análise da construção dos cortes proposta originalmente para a modelagem par(p)-a	16
4.1	Definição das variáveis de estado da PDDE.....	16
4.2	Cálculo dos coeficientes associados às afluências passadas	16
4.3	Coeficiente relacionado a $Xt - 1$	18
4.4	Considerações	18
4.5	Interpretação conceitual da representação individual das ENAS no modelo exato - Exemplo Ilustrativo	19
4.5.1	Representação da função de custo futuro observando somente o período t	19
4.5.2	Análise do Futuro em t+1	20
4.5.3	Análise do Futuro de t+2 em diante.....	21
4.5.4	Considerações iniciais.....	21
5	Abordagens propostas para consideração dos cortes: de benders na metodologia par(p)-a .	22
5.1	Metodologia exata (“ <i>parpA-12enas</i> ”)	22
5.1.2	Construção dos coeficientes dos cortes referentes às ENAs passadas.....	24
5.2	Variante aproximada (<i>parpA-aprox</i>).....	25
6	Resultados de aplicação do modelo par(p)-a	26
6.1	Análises de sanidade: caso neutro ao risco.....	26
6.1.1	Convergência – Casos neutro a risco	26
6.1.2	Simulação Final – Caso neutro a risco – Operação	27
6.2	Análises de desempenho: caso avesso ao risco	29

6.2.1	Custo de Operação	29
6.2.2	Operação do Sistema.....	30
6.2.3	Custo Marginal de Operação.....	34
6.3	Tempo Computacional.....	35
7	Conclusões.....	36
8	Referências.....	37
9	Nomenclatura.....	38

SUMÁRIO EXECUTIVO

Esse relatório faz uma revisão da metodologia de construção dos cortes de Benders da Função de Custo Futuro (FCF) para introdução da metodologia Par(p)-A no modelo NEWAVE, aplicando-se a estratégia de decomposição por Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Mostra-se uma formulação matematicamente exata e apontando uma alternativa, aproximada.

Motivação: Em 2020 o CEPEL propôs uma extensão ao modelo estocástico PAR(p) utilizado na geração de cenários sintéticos de aflúncias aos modelos NEWAVE e DECOMP, denominado PAR(p)-A, com a inclusão de novo termo na equação de autorregressão de cada período sazonal, referente à média das aflúncias dos últimos 12 meses. A modelagem estatística e a consideração do PAR(p)-A no algoritmo de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) foram descritas nos relatórios Cepel nº1416/2020 e 2002/2020. A metodologia passou por um intenso processo de validação pelo GT-Metodologia da Comissão Permanente Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico (CPAMP), apresentando resultados bastantes satisfatórios onde o novo modelo representou melhor a persistência de uma tendência hidrológica mais severa, levando à obtenção de uma política de operação mais adequada para enfrentá-la. Entretanto, o Cepel identificou uma inexatidão na formulação matemática da construção dos cortes de Benders apresentada anteriormente para a PDDE com o modelo PAR(p)-A, o que suscitou uma revisão do procedimento.

Metodologia: O processo de construção do modelo de séries temporais com o modelo Par(p)-A permanece inalterada, assim como todos os cenários gerados tanto para as recursões *forward* e *backward* do algoritmo da PDDE, como também para a simulação final do modelo NEWAVE. A revisão da metodologia envolve somente a construção dos cortes de Benders da FCF e sua consequente utilização ao longo das iterações da PDDE. Como será visto com detalhes no relatório, verificou-se que, para se obter uma formulação exata, é necessário considerar as doze aflúncias passadas individualmente como variáveis de estado de forma individual, o que leva à eliminação da variável de estado agregada X_{t-1} proposta no relatório nº 2002/2020. No entanto, como esta formulação exata impacta o processo de convergência de algoritmo da PDDE em direção à solução ótima, possivelmente aumentando o tempo computacional, e é menos intuitiva em termos de representação da tendência anual como variável de estado na FCF (que representa a política operativa do modelo), apresenta-se também uma formulação alternativa, ainda inexata, mas que mantém a variável de estado agregada proposta anteriormente.

Resultados: Os resultados da avaliação intensiva pela CPAMP da modelagem PAR(p)-A de vazões já mostravam os ótimos resultados obtidos por esta metodologia, em sua formulação original de consideração na PDDE, proposta no relatório CEPEL nº 2002/2020. Após a revisão da metodologia de construção de cortes, avaliaram-se nestes relatórios os resultados de convergência do modelo NEWAVE, onde se verificou que a formulação apresentada anteriormente levava de fato a um valor de limite inferior para a solução ótima (ZINF) maior do que o valor esperado do custo de operação (ZSUP), quando se estende o número de iterações de execução do modelo. Já a formulação exata, proposta neste relatório, mantém a coerência entre os limites ZINF e ZSUP, mesmo após um número grande de iterações da PDDE. Finalmente, a formulação aproximada, também proposta neste relatório como alternativa à formulação exata, também apresenta ZINF maior que ZSUP quando se aumenta o número de iterações. Em relação à operação do sistema, a formulação exata levou a uma redução nos picos de custo marginal de operação médio em alguns períodos do horizonte de estudo, nos poucos casos que foram analisados. Entretanto, uma análise mais acurada dos resultados deve ser ainda objeto de estudo pelo GT-metodologia da CPAMP.

1 INTRODUÇÃO

Em 2020, o CEPEL propôs uma extensão ao modelo estocástico PAR(p) utilizado na geração de cenários sintéticos de aflúncias aos modelos NEWAVE [1] e DECOMP [2], denominado PAR(p)-A, que consiste na inclusão de um novo termo na equação de autorregressão de cada período sazonal, referente à média das aflúncias dos últimos 12 meses. A metodologia de determinação dos parâmetros para este modelo está descrita no Relatório Técnico 1416/2020 do CEPEL [3]. Como a geração de cenários do PAR(p)-A passa a depender de um termo adicional referente à energia afluente média nos últimos 12 meses para os reservatórios equivalentes de energia (REE), tornou-se necessário adaptar a construção dos cortes de Benders para a estratégia de resolução por Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) [4], considerando também como variáveis de estado as energias afluentes passadas [5].

A metodologia de consideração do PAR(p)-A na PDDE é proposta no Relatório Técnico 2002/2020 do CEPEL [6], onde é concebida uma variável de estado “agregada” (denominada de X_{t-1}) que representa a soma das energias afluentes passadas do lag passado $p_m + 1$ a 12 (onde p_m é a ordem máxima do modelo autorregressivo), e que tem como principal vantagem a redução da quantidade de variáveis de estado adicionais na função de custo futuro (FCF). Essa metodologia foi avaliada durante o ciclo 2020-2021 do Grupo de Trabalho GT-Metodologia da Comissão Permanente Análise de Metodologias e Programas Computacionais do Setor Elétrico (CPAMP) resultando nos relatórios técnicos [7] e [8]. Os resultados mostraram que a metodologia PAR(p)-A representa melhor a persistência de uma tendência hidrológica mais severa, levando a uma política de operação mais adequada para enfrentá-la. Além disso, aplicaram-se diversos testes estatísticos para as séries de energias naturais afluentes (ENAs), descritas no Relatório Técnico 1274/2021 do CEPEL [9], que corroboraram a qualidade desse modelo.

Apesar dos bons resultados obtidos pela consideração do modelo PAR(p)-A na PDDE, o Cepel identificou que um dos termos no lado direito (RHS) da formulação do problema de programação linear (PL) resolvido a cada estágio (período), série *forward* e cenário *backward*, mesmo sendo representado corretamente, continha na sua composição parcelas referentes a variáveis de estado do problema que não foram consideradas na construção dos cortes de Benders apresentada em [6]. Portanto, este relatório apresenta uma revisão do procedimento de construção dos cortes de Benders do modelo PAR(p)-A, onde se desenvolve esta parcela e conclui-se que, a obtenção de uma formulação exata do ponto de vista matemático, é necessária a representação, de forma individual na FCF, de todas as variáveis de estado referentes às energias afluentes passadas mensais, até a ordem 12¹.

Entretanto, este procedimento leva a um aumento significativo no número de variáveis de estado do problema², o que possivelmente impacta o processo de convergência de algoritmo da PDDE em direção à solução ótima e o tempo computacional para construção de uma política de operação satisfatória, em relação à modelagem em [6]. Além disso, perde-se a intuição do uso de uma variável de estado referente à tendência anual na política de operação, representada pela FCF. Para atenuar essas questões, propõe-se também neste relatório uma abordagem alternativa de construção dos cortes, mantendo a variável de estado agregada X_{t-1} (evitando assim o aumento no número de variáveis de estado), porém necessitando de uma aproximação para um dos termos que não haviam sido considerado anteriormente na construção dos cortes, o que resulta em uma modelagem também aproximada. Apresentam-se neste relatório os resultados iniciais (em poucos casos) de implementação de ambas as abordagens (exata e alternativa) no modelo NEWAVE, e uma versão do modelo com essas duas variantes, além da original proposta em [6], foi disponibilizada pelo CEPEL para avaliação pela CPAMP, no âmbito do GT-Metodologia.

Ao longo deste relatório, será adota a mesma nomenclatura adotada em [6], com pequenos ajustes na notação, para que se possa identificar de forma mais clara as modificações propostas em relação à metodologia anterior de construção dos cortes proposta naquele relatório.

¹ Ressalta-se que os termos referentes às ENAs passadas de ordem 1 a p já eram considerados individualmente na FCF.

² Por exemplo, em um problema onde se considera o PAR(p)-A para 12 REEs, com ordem $p = 2$ para o modelo autorregressivo de cada REE, o número de variáveis de estado referente às ENAs passadas aumenta de 36 (em [6]) para 144 na formulação exata.

2 RESUMO DA METODOLOGIA PAR(P)-A E ESCOPO DAS MODIFICAÇÕES PROPOSTAS NESTE RELATÓRIO

Esta seção faz um breve resumo do conteúdo apresentado nos relatórios técnicos do CEPEL [3] e [6]. Para mais detalhes sugerimos consultar essas referências.

2.1 Formulação matemática do modelo PAR(p)-A

A metodologia do PAR(p)-A propõe a inclusão de um novo termo no modelo autorregressivo periódico PAR(p), referente à média das últimas afluições até se completar um ano, o que resulta, no modelo NEWAVE, na média das últimas 12 afluições. Com isso, a formulação do PAR(p)-A é dada por³:

$$ENA_{t,i} = \sum_{j=1}^{p_{m_t,i}} \phi_{t,j,i}(ENA_{t-j,i}) + \psi_{t,i} \left(\frac{\sum_{j=1}^{p_{m_t,i}} ENA_{t-j,i}}{12} \right) + \psi_{t,i} \left(\frac{\sum_{j=p_{m_t,i}+1}^{12} ENA_{t-j,i}}{12} \right) + \varepsilon_{t,i} + C_{m,i} \quad (2.1)$$

onde:

$ENA_{t,i}$ Energia natural afluyente para o REE i , no período t ;

$ENA_{t-j,i}$ Energia natural afluyente para o REE i , no j -ésimo período anterior ao período t ;

$\phi_{t,j,i}$: coeficiente do modelo autorregressivo período referente à vazão do mês anterior (lag) j , para o período t e REE i ;

$\psi_{t,i}$: coeficiente do modelo autorregressivo período referente à vazão média dos últimos 12 meses, para o estágio t e REE i ;

m_t : mês do ano referente a cada período t ;

$p_{m,i}$: ordem do modelo autorregressivo para o REE i , para m -ésimo mês do ano;

$\varepsilon_{t,i}$: é o termo aleatório do processo estocástico, dado por $a_{t,i}\sigma_{m,i}$, onde $a_{t,i}$ é o ruído e $\sigma_{m,i}$ é o desvio padrão para as vazões do REE i no m -ésimo mês do ano.

$C_{m,i}$: termo constante, dado por $\mu_{m,i} - \sum_{j=1}^{p_{m,i}} \phi_{m,j,i} \mu_{m-j,i} - \psi_{m,i} \mu_{m-1,i}^A$, onde $\mu_{m,i}$ e $\mu_{m-1,i}^A$ são as vazões medias mensal e dos últimos 12 meses, para o REE i e m -ésimo mês do ano.

A descrição do processo de estimação, de forma conjunta, dos parâmetros ϕ e ψ do modelo PAR(p)-A é apresentada em [3]. Como este relatório não propõe nenhuma alteração na formulação matemática do modelo gerador de cenários Par(p)-A, e nem no processo de geração de cenários *forward*, *backward* e da simulação final da PDDE, que são construídas com esse modelo, não serão discutidos aqui os passos dessa metodologia de geração de cenários.

2.2 Aplicação da metodologia PAR(p)-A em cada macroprocesso do modelo NEWAVE

A Tabela 2.1 a seguir resume como o modelo PAR(p)-A se aplica aos diversos macroprocessos existentes para resolução do problema de planejamento da operação de longo/médio prazos, com o modelo NEWAVE. Como também não se propõe nenhuma modificação nestes processos, não serão detalhados neste relatório os procedimentos mencionados a seguir, com exceção da etapa de construção de cortes, onde serão discutidos os aspectos que estão relacionados à proposta de revisão da metodologia.

³ Os coeficientes do modelo variam com o período t (mesmo pertencendo ao mesmo mês do ano) devido a mudanças de configuração no REE que podem ocorrer ao longo do horizonte de estudo. A média de desvio padrão também variam com a configuração, mas esse aspecto foi ignorado na exposição para não carregar a notação.

Tabela 2.1 – Influência da modelagem PAR(p)-A em cada processo do modelo NEWAVE

Processo do NEWAVE	Influência da modelagem PAR(p)-A
1) Construção do modelo dos reservatórios equivalentes de energia	Não há influência
2) Construção do modelo estocástico de geração de cenários e estimação dos parâmetros	O processo estocástico PAR(p) é estendido para considerar a componente referente à média das últimas doze afluições (modelo PAR(p)-A, conforme expresso em (2.1) e detalhado em [3])
3) Geração dos cenários <i>backward</i> e <i>forward</i> para a PDDE	Os cenários passam a ser gerados conforme o modelo PAR(p)-A, representando melhor a persistência de períodos secos ou chuvosos de longa duração
4) Cálculo da Política de Operação (conjunto de funções de custo futuro para todos os períodos) pelo algoritmo de PDDE	Deve ser adaptado para considerar uma variável de estado adicional, referente à afluição média dos últimos doze meses. Conforme detalhado em [6] e resumido mais à frente, a proposta original define, para cada período t , uma variável agregada referente à X_{t-1} referente à soma das afluições nos períodos $(t - p_{m,i} + 1)$ a $(t - 12)$.
5) Simulação da Política de operação, com um conjunto de 2000 cenários gerados pelo modelo estocástico e utilizando a Política de operação construída na PDDE	Os cenários sintéticos passam a ser gerados conforme o modelo PAR(p)-A, também representando melhor a persistência de períodos secos ou chuvosos de longa duração. A formulação dos subproblemas de cada série e período deve ser adaptada para considerar os termos referentes ao modelo PAR(p)-A, assim como na resolução dos subproblemas durante o passo <i>forward</i> da PDDE

2.3 Aplicação da metodologia PAR(p)-A no Cálculo da Política de Operação por PDDE

Nesta outra tabela a seguir, descrevem-se, à esquerda, os passos para a resolução do problema de otimização estocástica multi-estágio resolvido pelo modelo NEWAVE e à direita, como o aprimoramento proposto recentemente de aplicação da modelagem PAR(p)-A influencia cada um desses passos. Como não é o objetivo do relatório descrever cada um desses processos, sugerimos a consulta das referências dos manuais e relatórios técnicos do modelo NEWAVE. Ressaltamos que a documentação metodológica dos modelos de otimização energética do CEPEL está disponível para consulta e download público na página do CEPEL, cujo link é apresentado em [8].

Tabela 2.2 – Influência da modelagem PAR(p)-A em cada passo do algoritmo de PDDE.

Processo da PDDE	Influência da modelagem PAR(p)-A
1) Montagem dos subproblemas referentes a cada período e cenário forward/backward,	Os subproblemas são montados considerando, na formulação do lado direito das restrições onde há termos referentes a afluências passadas, as expressões matemáticas referentes ao modelo estatístico PAR(p)-A
2) Resolução dos subproblemas no passo Forward, em cada série, com as restrições originais e utilizando os cortes já construídos em iterações anteriores	Os subproblemas são resolvidos considerando os valores das afluências passadas em cada série, e incluindo também o valor da média dos últimos doze meses considerado na metodologia PAR(p)-A
3) Resolução dos subproblemas referentes a cada uma das aberturas (cenários <i>backward</i>) de cada série forward	Os subproblemas são resolvidos considerando a mesmos valores de passado do passo (2) da respectiva série forward, atualizando-se apenas os valores de $ENA_{t,i}$ referentes a cada abertura backward
4) Construção de novos cortes de Benders para a FCF do período anterior	Os cortes de Benders devem ser construídos levando em consideração a variável de estado adicional referente à soma das afluências nos períodos $t - p_{m,i} + 1$ a 12
5) Reamostragem dos cenários	Reamostram-se os cenários forward para a próxima iteração da PDDE, conforme descrito em [11]

Observa-se que o processo de montagem dos subproblemas é realizado uma só vez, no início, os passos 2 a 5 são realizados iterativamente, até que se atinja o critério de convergência. Em cada iteração, Os passos 3 e 4, referentes à recursão backward, são realizados em sequência, para cada período e série.

2.4 Aplicação da metodologia PAR(p)-A nos modelos DECOMP e GEVAZP

A consideração da metodologia PAR(p)-A no modelo DECOMP, utilizando as vazões geradas pelo modelo GEVAZP, impacta os processos descritos na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Influência da modelagem PAR(p)-A nos processos do modelo DECOMP

Processo do DECOMP	Influência da modelagem PAR(p)-A
1) Leitura da FCF do NEWAVE	O modelo DECOMP passa a ler um termo adicional na FCF do NEWAVE, referente à soma das afluências nos períodos $(t - p_{m,i} + 1)$ a $(t - 12)$
2) Geração de cenários para o 2º mês pelo GEVAZP	O processo estocástico PAR(p) é estendido para considerar a componente referente à média das últimas doze afluências (modelo PAR(p)-a), conforme expresso em (2.1) e detalhado em [3]. Assim, as vazões geradas pelo modelo GEVAZP já levam em consideração a maior influência de um cenário mais crítico ou favorável para o último ano
3) Montagem dos subproblemas	Os subproblemas referentes ao último período do horizonte de estudo (ao qual se acopla a FCF do modelo NEWAVE) levam em consideração, na montagem das restrições referentes a esses cortes, os valores de ENA dos meses $(t - p_{m,i} + 1)$ a $(t - 12)$.

Como o modelo DECOMP resolve o problema percorrendo a “árvore completa”, por Programação Dinâmica Dual [2], e não representando a afluência como variável de estado, a aplicação da metodologia PAR(p)-A não afeta o processo de construção dos cortes de Benders nesse modelo.

2.5 Escopo das modificações propostas para a metodologia PAR(p)-A

A revisão da metodologia PAR(p)-A proposta neste relatório envolve somente a etapa 4 do processo de PDDE descrito na seção 2.3, referente à construção dos cortes de Benders da PDDE.

Desta forma, cabe ressaltar que:

- não há modificações no processo de cálculo da ordem e estimação dos parâmetros do modelo estatístico PAR(p)-A no modelo NEWAVE (processo 2 da Tabela 2.1);
- os cenários forward, backward e da simulação final do modelo NEWAVE com a metodologia PAR(p)-A (processos 3 e 5 da Tabela 2.1) não são modificados;
- Os cenários gerados para o modelo DECOMP (processo 2 da Tabela 2.3) não são alterados.

Em relação aos passos da metodologia de PDDE (Tabela 2.2) cabe ressaltar também que o procedimento de montagem das variáveis e restrições dos subproblemas no processo 1, e a resolução desses subproblemas nos passos forward e backward (processos 2 e 3), assim como os cenários reamostrados em cada iteração, também não são alterados.

Evidentemente, a modificação proposta neste relatório no processo de construção dos cortes com a aplicação do PAR(p)-A leva a valores diferentes para os coeficientes nos cortes da FCF, modificando os resultados obtidos na resolução dos subproblemas e, conseqüentemente, o cálculo da política, na medida em que interfere nos coeficientes dos cortes para todas as variáveis de estado. Além disso, a modificação na composição das variáveis de estado da FCF não altera a estrutura dos problemas de programação linear (PLs) resolvidos em cada período/série/cenário *backward* pelo NEWAVE, já que as modificações nas variáveis de estado da FCF se referem as afluências passadas, que impactam somente o cálculo do lado direito (RHS) dos cortes. Naturalmente, espera-se que as mudanças levem a valores diferentes para os coeficientes das outras variáveis de estado no corte (exemplo, energia armazenada e geração antecipada GNL, vide [12], além das diferenças em si que ocorrerão no cálculo dos coeficientes do corte para as variáveis de estado referentes às afluências passadas.

3 FORMULAÇÃO ORIGINAL DA MODELAGEM PAR(P)-A NA PDDE

Nesta seção apresenta-se um breve resumo da formulação matemática do problema do modelo NEWAVE e a metodologia proposta em [6] para a consideração da modelagem PAR(p)-A na PDDE. Para facilitar a referência, reproduzem-se exatamente as mesmas expressões apresentadas naquele relatório. Serão descritos ao longo do texto apenas os termos mais relevantes para a exposição que segue, sendo a nomenclatura completa dos símbolos utilizados nas expressões apresentados ao final (seção 9).

3.1 Função objetivo

A função objetivo do subproblema resolvido em um cenário no estágio t é mostrada a seguir, onde o termo α_{t+1} (que será referenciado mais à frente) se refere ao custo futuro associado estágio $(t + 1)$ em diante, obtido por consulta aos cortes da FCF construídos até então para este estágio.

$$\begin{aligned}
 z_t = \min & \sum_{k=1}^{NSBM} \left(\sum_{c=1}^{NPMC} \left(\sum_{iclt=1|LAG_{iclt}=0}^{NCLT_k} cterm_{t,iclt} \cdot GT_{t,iclt,c} \right) \right) + \\
 & \sum_{k=1}^{NSBM} \left(\sum_{c=1}^{NPMC} \left(\left(\sum_{ilag=1}^{LAGMAX} \sum_{iclt=1|LAG_{iclt}=ilag}^{NCLT_k} \left(\frac{1}{1+\beta} \right)^{ilag} \cdot cterm_{t+ilag,iclt} \cdot GT_{t+ilag,iclt,c} \right) \right) \right. \\
 & \left. + \sum_{idef=1}^{NPDF} cdef_{t,k,idef} \cdot DEF_{t,k,idef,c} \right) \\
 & + \sum_{i=1}^{NREE} \left(\sum_{c=1}^{NPMC} p_{GHMIN} \cdot \delta_{t,i,c}^{GHMIN} + pen^{EARM} \cdot \delta_{t,i}^{EARM} \right. \\
 & \left. + pen^{DESVC} \cdot (\delta_{t,i}^{DSVC} + \delta_{t,i}^{DSVF}) + pen_1^{EVMIN} \cdot \delta_{t,i,1}^{EVMIN} + pen_2^{EVMIN} \cdot \delta_{t,i,2}^{EVMIN} \right) \\
 & + \left(\sum_{c=1}^{NPMC} \sum_{ko=1}^{NNSBM} \sum_{kd=1}^{NNSBM} pen^{INTMIN} \cdot \delta_{t,ko,kd,c}^{INTMIN} \right) + \frac{1}{1+\beta} \cdot \alpha_{t+1}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

3.2 Restrições influenciadas pelo PAR(p)-A

A introdução da metodologia PAR(p)-A na geração dos cenários para a modelagem do problema de otimização tratado pelo modelo NEWAVE não altera, do ponto de vista estrutural, a montagem das restrições do subproblema de otimização em cada série *forward*, período e cenário *backward*. A principal diferença ocorre no valor a ser utilizado para as energias afluentes $ENA_{t,i}$ no próprio estágio em algumas restrições do problema conforme destacado em negrito nas expressões a seguir:

- Equação de balanço hídrico controlável para cada estágio t e REE i

$$\begin{aligned}
 EARM_{t+1,i} + \sum_{c=1}^{NPMC} GHC_{t,i,c} + EVERT_{t,i} + DSVC_{t,i} = \\
 = fdin_{t,i} \cdot earm_{t,i} + FC_{t,i}(earm_{t,i}) \cdot \gamma_{t,i} \cdot \mathbf{ENA_{t,i}} \\
 + \sum_{n=1}^{MONT^i} \left[b_{t,n}^{ACPL} \cdot \left(\sum_{c=1}^{NPMC} GHC_{t,n,c} + EVERT_{t,n} \right) - bvm_{t,n}^{ACPL} \cdot EVM_{t,n} \right] \\
 - evap_{t,i}(earm_{t,i}) - avm_{t,i}^{ACPL} \cdot EVM_{t,i}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

- Equação de balanço hídrico a fio d'água para cada estágio t e REE i

$$\begin{aligned}
 & GFIO_{t,i} + PFIO_{t,i} + d_{t,i}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,i,c} + \sum_{n=1}^{MONT^i} e_{t,n}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,n,c} = \\
 & = (1 - \gamma_{t,i}) \cdot \mathbf{ENA}_{t,i} + \sum_{n=1}^{MONT^i} \left[c_{t,n}^{ACPL} \cdot \left(\sum_{c=1}^{NPMC} GHC_{t,n,c} + EVERT_{t,n} \right) - cvm_{t,n}^{ACPL} \cdot EVM_{t,n} \right] \\
 & \quad - \text{evap}_{t,i}(\text{earm}_{t,i}) - avm_{t,i}^{ACPL} \cdot EVM_{t,i}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

- Perdas a fio d'água para cada estágio t REE i e corte j da aproximação linear por partes feita pelo MARS [13]

$$\begin{aligned}
 & PFIO_{t,i} \geq a_{t,i,j}^{MARS} \cdot \left((1 - \gamma_{t,i}) \cdot \mathbf{ENA}_{t,i} + \sum_{n=1}^{MONT^i} c_{t,n}^{ACPL} \cdot \left(\sum_{c=1}^{NPMC} GHC_{t,n,c} + EVERT_{t,n} \right) \right. \\
 & \quad \left. - d_{t,i}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,i,c} - \sum_{n=1}^{MONT^i} \left[e_{t,n}^{ACPL} \cdot DSVF_{t,n,c} + cvm_{t,n}^{ACPL} \cdot EVM_{t,n} \right] \right) + b_{t,i,j}^{MARS}, j = 1, \dots, 3
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

As demais restrições do problema permanecem inalteradas, tanto em estrutura como em valor, com a adoção do PAR(p)-A.

3.3 Expressão dos cortes de Benders com o modelo PAR(p)-A

Segundo a metodologia proposta originalmente em [6], onde se adiciona uma variável de estado para o período t definida por:

$$X_{t-1,i} := \sum_{j=p_{m,i+1}}^{12} ENA_{t-j,i} \tag{3.5}$$

os cortes de Benders construídos previamente em iterações passadas e utilizados no estágio t são expressos por:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{t+1} \geq & W^{icor} + \sum_{i=1}^{NREE} \left((\pi_{EARM}^{i,icor})_{t+1} \cdot EARM_{t+1,i} + (\pi_{ENA,1}^{i,icor})_{t+1} \cdot \mathbf{ENA}_{t,i} + \sum_{j=1}^{p_m-1} (\pi_{ENA,j+1}^{i,icor})_{t+1} \cdot ENA_{t-j,i} \right) \\
 & + \sum_{l=1}^{LAGMAX} \sum_{k=1}^{NSBM} \sum_{c=1}^{NPMC} \left((\pi_{GNL}^{k,c,icor})_{t+l} \cdot SGT_{t+l,k,c} \right) + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_{MX}^{i,icor})_{t+1} \cdot MX_{t,i} \\
 & + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_X^{i,icor})_{t+1} \cdot \mathbf{X}_{t,i}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

É importante levar em consideração as próprias inequações dos cortes utilizados no estágio t na formulação dos cortes de Benders a serem construídos (descritos na próxima seção), uma vez que os próprios cortes também contêm variáveis de estado para a resolução do subproblema de determinado estágio. Nas expressões acima foram realçados os termos $ENA_{t,i}$ e $X_{t,i}$, que se caracterizam por:

(i) serem valores já conhecidos quando se procede a resolução do subproblema para um cenário do período t , mas que não são fixos, pois variam de acordo com o cenário forward e backward;

(ii) não serem variáveis de estado do próprio período t (nota-se que as variáveis de estado são $ENA_{t-j,i}, j = 1, \dots, p_{m,i}$ e $X_{t-1,i}$);

(iii) terem uma lei de formação em função de outras variáveis de estado, dadas pelas respectivas expressões:

$$ENA_{t,i} = \sum_{j=1}^{p_m} \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) ENA_{t-j,i} + \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) X_{t-1,i} + \varepsilon_{t,i} + C_{m,i} \quad (3.7)$$

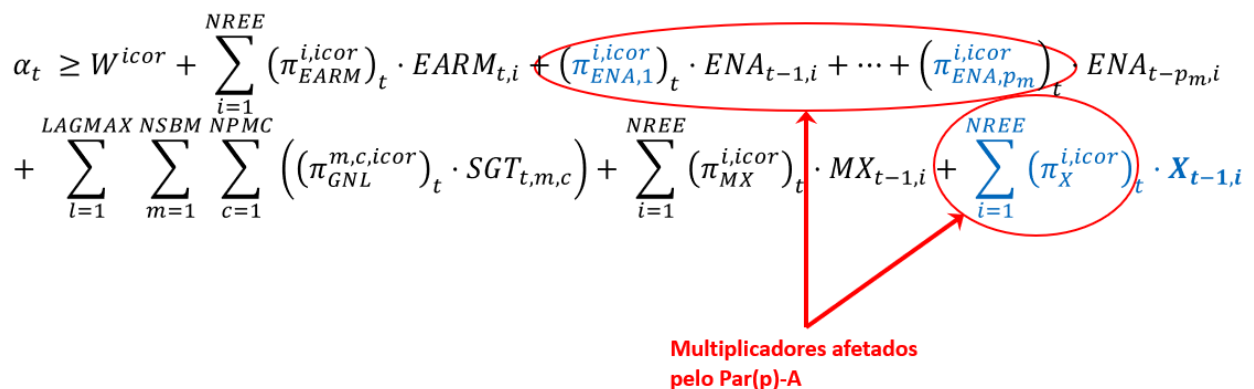
que é obtida combinando (2.1) e (3.5), e

$$X_{t,i} = X_{t-1,i} + ENA_{t-p_{m,i},i} - ENA_{t-12,i} \quad (3.8)$$

que é obtida combinando as equações (3.5) aplicadas aos instantes t e $(t + 1)$. A interpretação desta última restrição é que, ao passar da variável $X_{t,i}$ no período $(t + 1)$ para a variável $X_{t-1,i}$ no período t , "perde-se" a contribuição de $ENA_{t-p_{m,i},i}$ (que entra como vazão passada dentro do lag t), e "ganha-se" a contribuição de $ENA_{t-12,i}$ (pois se caminhou um passo para trás no tempo).

3.4 Construção dos cortes de Benders da metodologia PARP(p)-A

Nesta seção será analisada a metodologia proposta em [6] para construção dos coeficientes dos cortes de Benders associadas a cada afluência passada $ENA_{t-j,i}$ e a variável agregada $X_{t-1,i}$, que são os termos no corte afetados pela metodologia PAR(p)-A. A Figura 3.1 mostra o corte construído no estágio t (para ser utilizado em $t - 1$) e os termos cujo cálculo precisa ser realizado ou adaptado.

$$\alpha_t \geq W^{icor} + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_{EARM}^{i,icor})_t \cdot EARM_{t,i} + \left((\pi_{ENA,1}^{i,icor})_t \cdot ENA_{t-1,i} + \dots + (\pi_{ENA,p_m}^{i,icor})_t \right) ENA_{t-p_m,i} + \sum_{l=1}^{LAGMAX} \sum_{m=1}^{NSBM} \sum_{c=1}^{NPMC} \left((\pi_{GNL}^{m,c,icor})_t \cdot SGT_{t,m,c} \right) + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_{MX}^{i,icor})_t \cdot MX_{t-1,i} + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_X^{i,icor})_t \cdot X_{t-1,i}$$


Multiplicadores afetados pelo Par(p)-A

Figura 3.1 - Coeficientes da FCF afetados pela modelagem PAR(p)-A.

3.4.1 Cálculo dos coeficientes associados às afluições passadas

O cálculo dos coeficientes $\{(\pi_{ENA,j}^{i,icor})_{t,j} = 1, \dots, p_{m,i}\}$ é feito considerando todas as restrições que contém $ENA_{t-j,i}$ do lado direito (RHS), e aplicando a regra da cadeia com os multiplicadores das restrições (fornecidos pelo solver) e os coeficientes das variáveis nas restrições. Assim, calcula-se o impacto, na função objetivo, de uma variação infinitesimal no valor da variável, conforme mostrada seguir [6]:

$$\begin{aligned}
 (\pi_{ENA,j}^{i,icor})_t &= \frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-j,i}} = \\
 &\frac{\partial FO_t}{\partial BH_{t,i}} * \frac{\partial BH_{t,i}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \frac{\partial FO_t}{\partial BHf_{t,i}} * \frac{\partial BHf_{t,i}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \\
 &+ \sum_{r=1}^3 \frac{\partial FO_t}{\partial PERDAF_{t,i,r}} * \frac{\partial PERDAF_{t,i,r}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \\
 &\sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \frac{\partial FO_t}{\partial CORTE_{t+1,icor}} * \frac{\partial CORTE_{t+1,icor}}{\partial ENA_{t-j,i}}.
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Denotando por $\lambda_{t,i}^{BH}$, $\lambda_{t,i}^{BHf}$, $\lambda_{t,i,r}^{VERTf}$ e $\lambda_{t,icor}^{corte}$ os multiplicadores associados às restrições (3.2), à (3.5), e sabendo-se que o coeficiente no RHS da restrição, para cada ENA passada de lag j , é obtido substituindo o valor de $ENA_{t,i}$ pela expressão (3.7), os coeficientes $\pi_{ENA,j}^{i,icor}$, são dados por [6]:

$$\begin{aligned}
 (\pi_{ENA,j}^{i,icor})_t &= \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \\
 &+ \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \\
 &\sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \lambda_{t,icor}^{corte} * \left[\left(\left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (\pi_{ENA_{t,i}}^{icor})_{t+1} \right) + (\pi_{ENA_{t-j,i}}^{icor})_{t+1} \right],
 \end{aligned}$$

sendo que a última parcela no último somatório não existe para $j = p_{m,i}$, pois a afluição $ENA_{t-p_{m,i}}$ não aparece no corte de Benders usado no período t , como pode ser visto em (3.6) .

3.4.2 Cálculo dos coeficientes associados à variável agregada X_{t-1}

O procedimento para obtenção do coeficiente $(\pi_X^{i,icor})_t$ segue a mesma lógica da regra da cadeia:

$$\begin{aligned}
 (\pi_X^{i,icor})_t &= \frac{\partial FO_t}{\partial X_{t-1,i}} = \\
 &\frac{\partial FO_t}{\partial BH_{t,i}} * \frac{\partial BH_{t,i}}{\partial X_{t-1,i}} + \frac{\partial FO_t}{\partial BHf_{t,i}} * \frac{\partial BHf_{t,i}}{\partial X_{t-1,i}} + \\
 &+ \sum_{r=1}^3 \frac{\partial FO_t}{\partial PERDAF_{t,i,r}} * \frac{\partial PERDAF_{t,i,r}}{\partial X_{t-1,i}} + \\
 &\sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \frac{\partial FO_t}{\partial CORTE_{t+1,icor}} * \frac{\partial CORTE_{t+1,icor}}{\partial X_{t-1,i}},
 \end{aligned}$$

levando, segundo apresentado em [6], à seguinte expressão:

$$\begin{aligned} (\pi_X^{i,icor})_t &= \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \\ &+ \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} \\ &+ \sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \lambda_{t,icor}^{corte} * \left[\left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (\pi_{ENAt,i}^{icor})_{t+1} \right], \end{aligned}$$

4 ANÁLISE DA CONSTRUÇÃO DOS CORTES PROPOSTA ORIGINALMENTE PARA A MODELAGEM PAR(P)-A

Nesta seção faz-se uma análise da construção dos cortes mostrada no capítulo 3, extraída de [6], que levará à proposição de uma formulação exata do ponto de vista matemático, feita na seção 5.

4.1 Definição das variáveis de estado da PDDE

A definição das variáveis de estado da PDDE para a FCF a ser construída em um período t passa pela determinação de todas as informações (variáveis) que são utilizadas na formulação matemática do período t e que dependem de valores decididos no passado ou de variáveis aleatórias referentes a estágios passados e que variam de acordo com a série *forward* para a qual o subproblema será resolvido. A Figura 4.1 a seguir ilustra esse conceito, levando-se em consideração os termos que dependem de afluições passadas e que aparecem nas expressões (3.2) a (3.6) apresentadas anteriormente⁴.

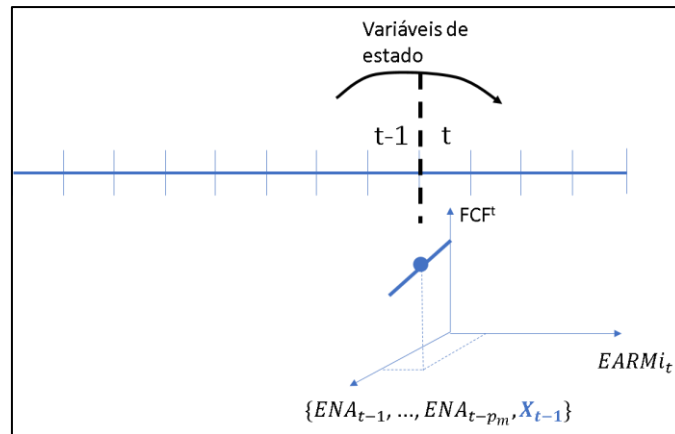


Figura 4.1 - Esquema ilustrativo das variáveis de estado associadas às afluições passadas, com base na modelagem apresentada em [6].

4.2 Cálculo dos coeficientes associados às afluições passadas

Iremos particularizar a análise do cálculo do termo do coeficiente relacionado às ENAS passadas $(\pi_{ENA,j}^{i,icor})_t$ que está relacionado aos cortes de Benders utilizados no estágio t , conforme destacado na Figura 4.2.

$$\begin{aligned}
 (\pi_{ENA,j}^{i,icor})_t &= \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \\
 &+ \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \alpha_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \\
 &\sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \lambda_{t,icor}^{corte} * \left[\left(\left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (\pi_{ENA,t,i}^{icor})_{t+1} \right) + (\pi_{ENA,t-j,i}^{icor})_{t+1} \right]
 \end{aligned}$$

Figura 4.2 – Termo a ser analisado no cálculo de $(\pi_{ENA,j}^{i,icor})_t$

⁴ Naturalmente, há variáveis de estado adicionais referentes à energia armazenada, a geração de usinas a GNL e a máxima violação do VMinOP, que foram omitidas por não serem relevantes nesta análise

A Figura 4.3 a seguir detalha a análise desse termo, indicando a origem de cada uma de suas parcelas, que estão corretamente representadas no cálculo do coeficiente na metodologia apresentada em [6]. Ressalta-se que os cálculos indicados na figura referem-se às ENAs passadas para os lags j diferentes de p_m . Para $j = p_m$, o termo destacado em verde não existe, pois este lag não aparece na FCF utilizada no estágio t .

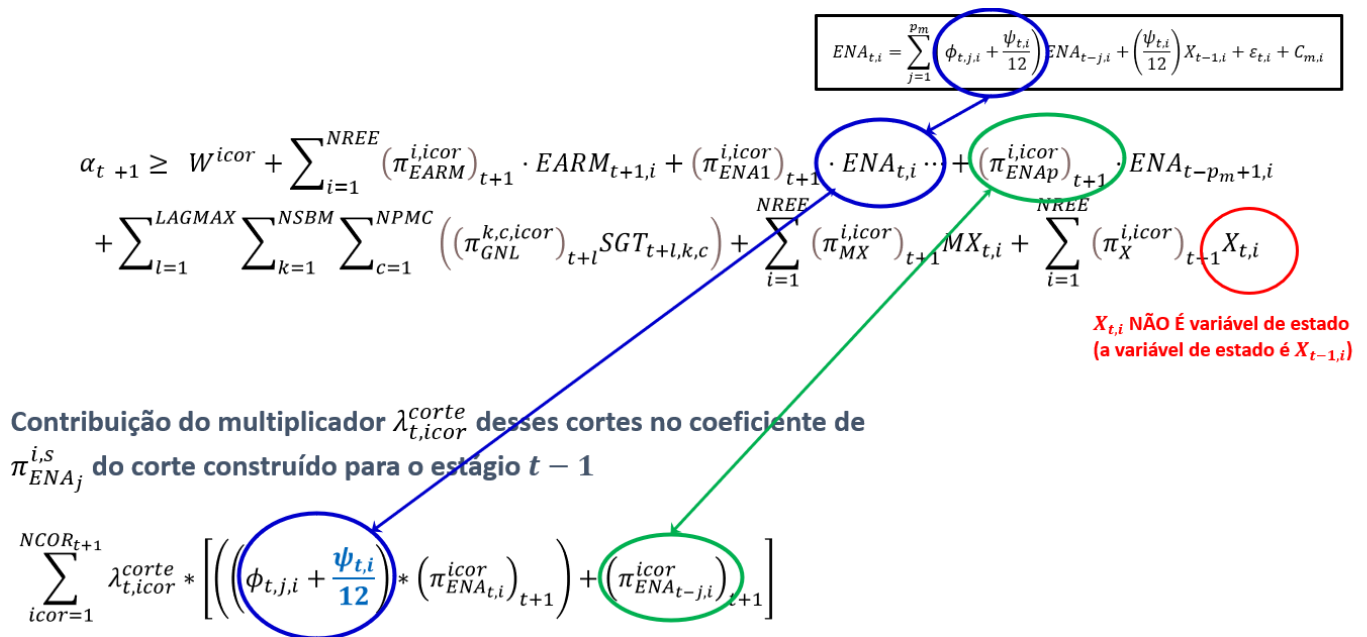


Figura 4.3 - Correspondência entre os termos referentes a $ENA_{t-j,i}$ nos cortes utilizados no estágio t e a parcela referente a essas restrições no cálculo do coeficiente $(\pi_{ENA,j}^{i,icor})_t$ construído para $t - 1$.

Entretanto, observa-se que há um termo no corte utilizado referente à variável $X_{t,i}$, indicado em vermelho na ura 4.3. Este termo não é uma variável de estado para o estágio t (note que a variável de estado nas restrições é $X_{t-1,i}$), mas seu valor depende de valores das variáveis de estado do problema, pela equação (3.8), onde se tem: $X_{t,i} = X_{t-1,i} + ENA_{t-p_m,i} - ENA_{t-12,i}$. Ao desenvolver este termo, verifica-se que há uma influência adicional dos valores de $ENA_{t-p_m,i}$ e $ENA_{t-12,i}$, e que a rigor deveria ser considerada nos cortes para se ter uma formulação matematicamente exata.

A consideração dos valores dessas variáveis neste termo levaria, portanto aos seguintes ajustes no cálculo da contribuição de cada corte $icor$ utilizado no estágio t , para construção do coeficiente $(\pi_{ENA,j}^{i,icor})_t$ referente às ENAs passadas:

- considerar, para a variável de estado $ENA_{t-p_m,i}$ uma parcela adicional dada por $\lambda_{t,icor}^{corte} (1 * \pi_X^{i,icor})$;
- considerar, para a variável de estado $ENA_{t-12,i}$ uma parcela adicional dada por $\lambda_{t,icor}^{corte} ((-1) * \pi_X^{i,icor})$;

4.3 Coeficiente relacionado a X_{t-1}

Análise semelhante é feita para o cálculo do coeficiente $(\pi_X^{i,icor})_t$ referente a variável X_{t-1} . A Figura 4.4 detalha a análise desses termos, indicando a origem da parcela já considerada em [6], e que está corretamente representada no cálculo do coeficiente.

$$\begin{aligned}
 & ENA_{t,i} = \sum_{j=1}^{p_m} \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) ENA_{t-j,i} + \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) X_{t-1,i} + \varepsilon_{t,i} + C_{m,i} \\
 \alpha_{t+1} \geq & W^{icor} + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_{EARM}^{i,icor})_{t+1} \cdot EARM_{t+1,i} + (\pi_{ENAI}^{i,icor})_{t+1} \cdot ENA_{t,i} + (\pi_{ENAp}^{i,icor})_{t+1} \cdot ENA_{t-p_m+1,i} \\
 & + \sum_{l=1}^{LAGMAX} \sum_{k=1}^{NSBM} \sum_{c=1}^{NPMC} \left((\pi_{GNL}^{k,c,icor})_{t+l} SGT_{t+l,k,c} \right) + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_{MX}^{i,icor})_{t+1} MX_{t,i} + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_X^{i,icor})_{t-1} X_{t,i}
 \end{aligned}$$

$X_{t,i}$ NÃO É variável de estado
(a variável de estado é " $X_{t-1,i}$ ")

Contribuição do multiplicador $\lambda_{t,icor}^{corte}$ desses cortes no coeficiente de $\pi_X^{i,icor}$ do corte construído para o estágio $t - 1$

$$\begin{aligned}
 (\pi_X^{i,icor})_t = & \frac{\partial FO_t}{\partial X_{t-1,i}} = \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \\
 & \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} + \sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \lambda_{t,icor}^{corte} * \left[\left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (\pi_{ENAI}^{i,icor})_{t+1} \right]
 \end{aligned}$$

Figura 4.4 - Correspondência entre os termos referentes a $X_{t-1,i}$ nos cortes utilizados no estágio t e a parcela referente a essas restrições no cálculo do coeficiente $(\pi_X^{i,icor})_t$ no corte construído para $t - 1$.

Entretanto, o mesmo impacto da variável $X_{t,i}$ ocorre para o cálculo do coeficiente $(\pi_X^{i,icor})_t$ referente à variável $X_{t-1,i}$, visto que ela também está incluída na lei de formação de $X_{t,i}$, indicada por (3.8). Ao desenvolver este termo verifica-se também que, para obtermos uma formulação matematicamente exata, deve-se considerar, para o cálculo do coeficiente da variável de estado $X_{t-1,i}$ nos cortes, uma parcela adicional dada por $\lambda_{t,icor}^{corte} (1 * \pi_X^{i,icor})$.

4.4 Considerações

A principal dificuldade em obter a formulação exata ocorre em relação ao coeficiente associado a $ENA_{t-12,i}$, pois esta não está representada explicitamente como variável de estado, mas sim fazendo parte do "pool" de variável de estado que formam $X_{t-1,i}$. Portanto, esta contribuição específica não teria, a princípio, como ser tratada na formulação "agregada" usando a variável $X_{t-1,i}$, sendo necessário, portanto, explicitar $ENA_{t-12,i}$ como variável de estado individual na FCF. Entretanto, na derivação recursiva dos cortes, este termo separado para $ENA_{t-12,i}$ levaria a uma contribuição individual de lag 11 para o corte construído em $t - 1$ (para o período $t - 2$), referente a $ENA_{(t-1)-11,i}$. Continuando esta derivação recursiva dos cortes, verifica-se que seria necessário explicitar todas as ENAs passadas como variáveis de estado individuais para que se obtenha uma formulação matematicamente exata, como apresentado na próxima seção.

4.5 Interpretação conceitual da representação individual das ENAS no modelo exato - Exemplo Ilustrativo

Nesta seção procura-se interpretar e justificar, do ponto de vista conceitual, o porquê da modelagem exata do PAR(p)-A requerer a representação individualizada das energias afluentes passadas na definição da função de custo futuro. Iremos ilustrar a análise com um exemplo muito simples de um problema com as seguintes características de representação/modelagem:

- um único REE;
- aplicação do modelo PAR(p) com lag 2, e coeficientes $\phi_1 = 0,5$ e $\phi_2 = 0,4$ não variáveis por mês;
- modelo PAR(p)-A com coeficiente $\psi = 0,10$ para termo para afluência média anual (A_{t-1});
- 3 ruídos por período, com valores $\{0,2,4\}$.

4.5.1 Representação da função de custo futuro observando somente o período t

Iremos considerar uma situação hipotética em que são percorridos dois cenários distintos A e B nas recursões *forward*, mas que apresentam os mesmos valores de média anual para as afluências dos últimos 12 meses, como ilustrado na Figura 4.5. Para facilitar os cálculos, a única diferença nas afluências passadas, realçada em vermelho, foi a inversão dos valores de ENA passada nos estágios passados $t - 12$ e $t - 11$, que assumem alternadamente valores iguais a 8 e 10 nestes cenários.

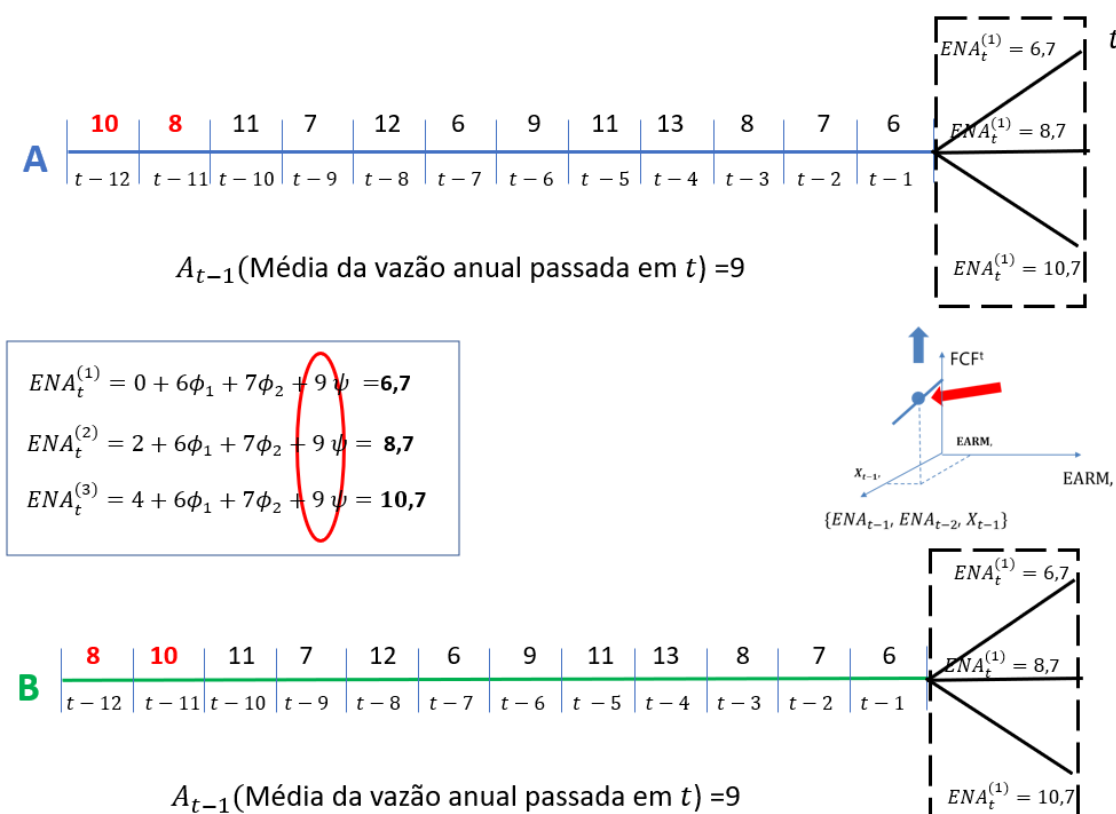


Figura 4.5 - Exemplo ilustrativo dos cenários para o estágio t, para duas séries distintas com o mesmo valor médio de afluência nos doze meses anteriores a t.

Com base na equação do modelo PAR(p)-A (mostrada no retângulo entre os cenários), pode-se calcular as aflúncias a serem consideradas nos três cenários backward do estágio t , que assumem assim os valores $\{6,7; 8,7; 10,7\}$. Note que esses cenários são idênticos para as duas séries, visto que as duas aflúncias passadas são iguais e a média anual (9,0) é a mesma. Este exemplo sugeriria, em princípio, que, se as energias armazenadas as gerações GNL sinalizadas para o futuro e as máximas violações do VMinOp fossem idênticas⁵ no início do estágio t , a consideração da média anual como variável de estado - ou, como apresentado em [6], a variável X_{t-1} que agrega os termos de $(t - p_m)$ até $(t - 12)$ - seria suficiente para representar exatamente a função de custo futuro, como indicado na figura entre os cenários do estágio t , já que o "futuro" para esses dois cenários é o mesmo.

4.5.2 Análise do Futuro em t+1

Entretanto, se caminhamos um passo a frente, para estágio $(t + 1)$, e avaliarmos as condições futuras dos cenários para as duas séries, observamos o que se mostra na Figura 4.6: como o conjunto de últimas doze ENAs anteriores ao período $t+1$ agora são diferentes, os cenários gerados para $t + 2$ serão diferentes, como ilustrado ao abrir os cenários subsequentes⁶ à terceira abertura do estágio t .

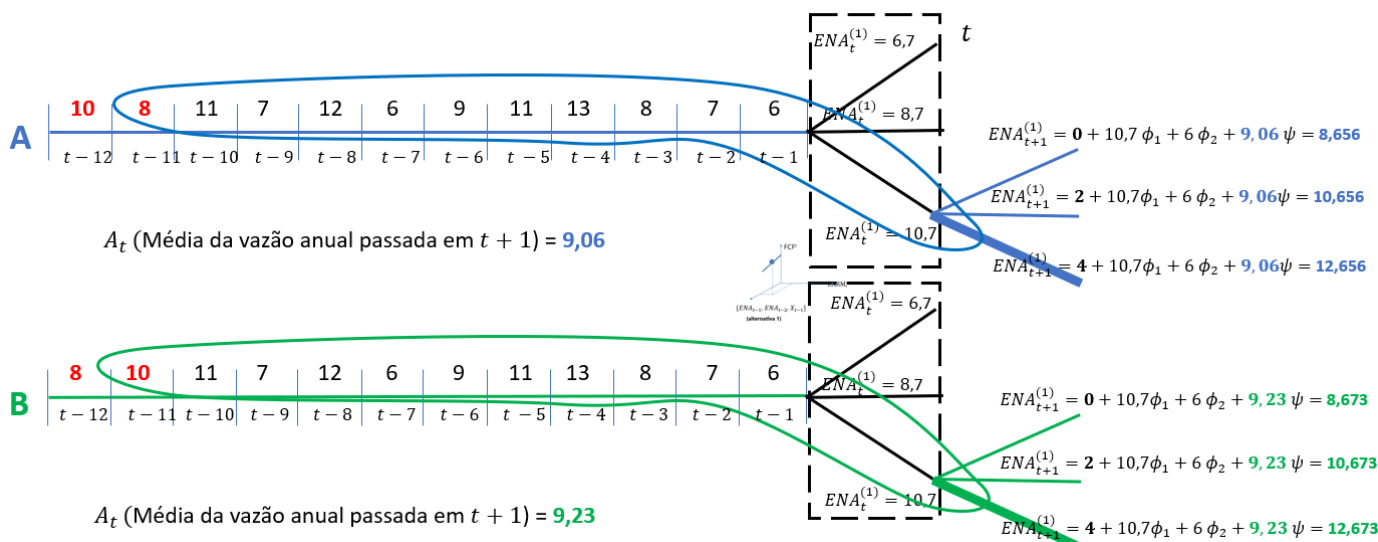


Figura 4.6 - Exemplo ilustrativo dos cenários para o estágio $t + 1$, para duas séries distintas com o mesmo valor médio de aflúncia nos doze meses anteriores a t .

Como neste caso os cenários futuros (avaliados no início do t estágio) serão diferentes para as séries *forward* A e B, os problemas de otimização partindo destes cenários (assumindo que podem ser resolvidos de forma exata) poderão ter valores diferentes para a função de custo futuro, assim como valores diferentes para suas derivadas em relação às variáveis de estado. Isso, porém, contradiz com a hipótese assumida anteriormente de que a função de custo futuro pode ser completamente explicada pela composição das ENAs passadas mais recentes (de 1 até a ordem p) e a variável agregada X_{t-1} (que agrega as ENAs de $p + 1$ até 12), já que os valores destes argumentos são idênticos para ambas as séries, no início do estágio t . Assim, teríamos dois valores (e derivadas) possivelmente diferentes para um mesmo argumento, o que contradiz a condição básica para caracterização de uma função.

⁵ Para facilitar a exposição, novamente se ignoram os termos referentes ao volume armazenado, geração GNL e violação máxima do VMINOP na função de custo futuro.

⁶ Neste estudo toma-se como referência o problema teórico representado pelas aberturas backward, onde a "árvore completa de cenários" é referente a todas os possíveis $nleq^{T-1}$ cenários multi-estágio.

4.5.3 Análise do Futuro de t+2 em diante

A análise da seção anterior ilustrou a necessidade, para uma modelagem matematicamente exata, de externalizar a última componente (ENA_{t-12}) no vetor de aflúncias passadas. No entanto, a situação ilustrada anteriormente pode acontecer, em teoria, para qualquer lag passado entre p e 12, como mostrado na Figura 4.7. Neste último exemplo, os cenários futuros são os mesmos para os estágios $t + 1$ e $t + 2$, para duas séries distintas B e C (cujas diferenças nas ENAS passadas estão realçadas em vermelho) que possuem os mesmos valores para as ENAS passadas de lag 1 e 2, e mesma média para as ENAS passadas dos doze meses anteriores a t . Entretanto, por serem distintas em relação à penúltima componente passada (ENA_{t-11}) levam a cenários diferentes em $t + 2$, o que em princípio levaria a avaliações diferentes para a função de custo futuro (e derivadas) no início do estágio t , assim como ocorreu no exemplo da seção anterior.

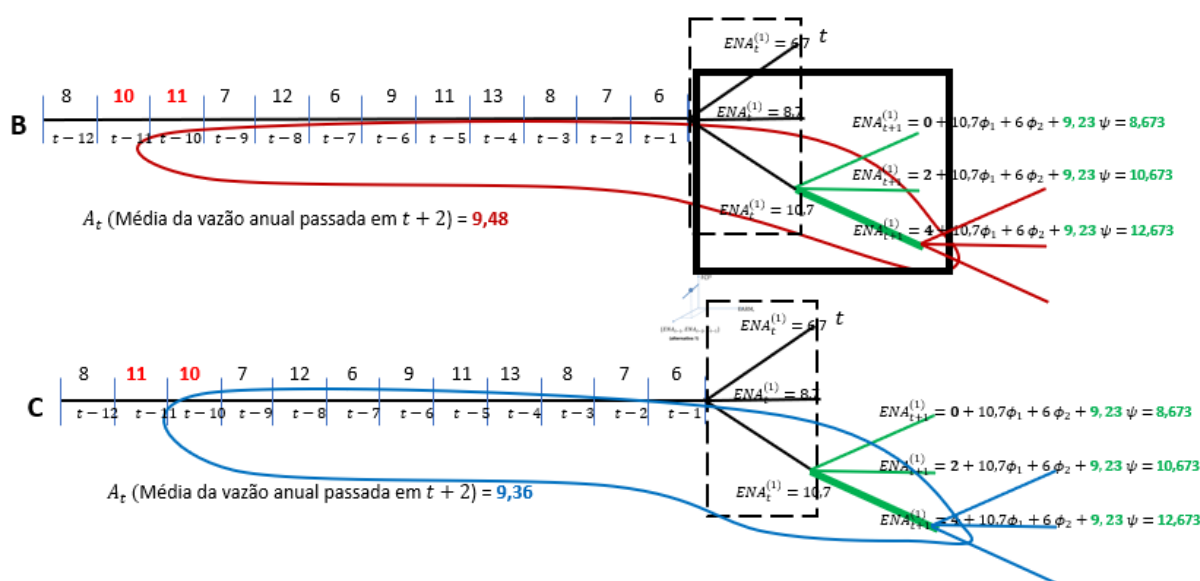


Figura 4.7 - Exemplo ilustrativo dos cenários para o estágio $t + 2$, para duas séries distintas com o mesmo valor médio de aflúncia nos doze meses anteriores a t

4.5.4 Considerações iniciais

É claro que as situações mostradas neste capítulo são hipotéticas e não irão se verificar na prática. Além disso, sob os pontos de vista de engenharia e hidrologia, a ideia de representação da função de custo futuro com uma variável de estado agregada, que representa a soma das ENAS passadas entre $p + 1$ e 12, é bastante interessante e possivelmente representa melhor o que se deseja sinalizar na função de custo futuro, que é o impacto agregado da média das aflúncias no último ano. Nas situações descritas acima, por exemplo, seria bastante razoável argumentar que se espera que os futuros sejam semelhantes para as energias afluentes das séries A, B e C, já que o passado mais recente e que tem maior influência nas próximas vazões (ENAS passadas de lag 1 e 2) são iguais (e, se fossem diferentes, estariam sendo representadas explicitamente na FCF). Assim, variações pequenas nas energias afluentes individuais em períodos passados não deveriam ser relevantes para a representação do futuro.

De qualquer forma, o objetivo desta seção foi ilustrar, com exemplos numéricos simples, o porquê da formulação matemática exata levar à necessidade de representação individualizada das energias afluentes passadas.

5 ABORDAGENS PROPOSTAS PARA CONSIDERAÇÃO DOS CORTES: DE BENDERS NA METODOLOGIA PAR(P)-A

Neste capítulo apresenta-se, na seção 5.1, uma metodologia exata, denominada “parpA-12enas”, onde se consideram todas as doze aflúncias passadas para a modelagem do PAR(p)-A na PDDE. Ressalta-se que, como já adiantado na seção 2.5, não há modificação no modelo estatístico de aflúncias em relação ao proposto em [3]. Desta forma, mantém-se o conceito de parcimônia, importante em processos estocásticos, já que o efeito do passado mais recente continua sendo modelado, do ponto de vista estatístico, apenas pelo termo referente à média dos doze meses. As modificações ocorrem somente na etapa de cálculo da política. Entretanto, como pode ocorrer um aumento no tempo computacional para resolução do problema com esse modelo que explicita cada aflúncia passada individualmente, propõe-se também uma abordagem aproximada, de forma a manter as variáveis de estado $X_{t,i}$ propostas em [6], e que é apresentado na seção 5.2.

5.1 Metodologia exata (“parpA-12enas”)

A metodologia exata de cálculo dos cortes de Benders da PDDE na metodologia PAR(p)-A, denominada “parpA-12enas” consiste em utilizar as 12 ENAs individualmente, porém somente na resolução do problema e cálculo dos cortes da PDDE. Assim, permanecem inalterados os processos de cálculo e calibração do modelo PAR(p)-A, como já proposto anteriormente, assim como a geração de todos os cenários para os passos *forward*, *backward* e simulação final com o modelo NEWAVE. As vazões geradas pelo modelo GEVAZP para uso no modelo DECOMP também permanecem inalteradas.

A formulação proposta parte da expressão (5.1) para a representação da energia afluenta $ENA_{t,i}$ em determinado estágio t e REE i , que é obtida substituindo-se, em (3.7), o termo $X_{t-1,i}$ pela soma explícita de todas as parcelas $\{ENA_{t-j,i}, j = p_m, \dots, 12\}$:

$$ENA_{t,i} = \sum_{j=1}^{p_m} \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) ENA_{t-j,i} + \sum_{j=p_m+1}^{12} \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) ENA_{t-j,i} + \varepsilon_{t,i} + C_{m,i} \quad (5.1)$$

Além disso, considera-se que os cortes já construídos em iterações passadas e utilizados no subproblema do estágio t possuem a seguinte formulação:

$$\alpha_{t+1} \geq W^{icor} + \sum_{i=1}^{NREE} \left((\pi_{EARM}^{i,icor})_{t+1} EARM_{t+1,i} + (\pi_{ENA,1}^{i,icor})_{t+1} ENA_{t,i} + \sum_{j=1}^{11} \left((\pi_{ENA,j}^{i,icor})_{t+1} ENA_{t-j,i} \right) \right) + \sum_{l=1}^{LAGMAX} \sum_{k=1}^{NSBM} \sum_{c=1}^{NPMC} \left((\pi_{GNL}^{k,c,icor})_{t+l} \cdot SGT_{t+l,k,c} \right) + \sum_{i=1}^{NREE} (\pi_{MX}^{i,icor})_{t+1} \cdot MX_{t,i} \quad (5.2)$$

que difere, em relação à expressão (3.6), pela extensão do segundo termo referente às ENAs passadas individualmente até o lag 11 e a remoção do termo referente à variável de estado $X_{t,i}$, que deixa de existir.

Substituindo a expressão (5.1) nas formulações das restrições (3.2) a (3.4), onde aparecem os termos referentes às ENAs passadas no RHS, obtém-se os coeficientes no RHS mostrados na Tabela 5.1 a seguir. Ressalta-se que estes valores são muito semelhantes aos já apresentados em [6] porém com a representação explícita das ENAs como variáveis de estado individuais.

Tabela 5.1 - Participação individual dos termos referentes às ENAS passada de $t - 1$ até $t - 12$ nas restrições do NEWAVEcom a modelagem Par(p)-A.

Restrição	Multipl.	Variáveis de estado na restrição	Termo no RHS da restrição	Coefficiente no RHS
BHID (3.2)	$\lambda_{t,i}^{BH}$	$\{EN_{t-1,i}, \dots, EN_{t-12,i}\}$ (devido à $EN_{t,i}$)	$FC_{t,i}(e_{arm_{t,i}}) \cdot \gamma_{t,i} \cdot EN_{t,i}$	Para os termos $(t-j), j = 1 \dots, p_m$: $FC_{t,i}(e_{arm_{t,i}}) \cdot \gamma_{t,i} \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right)$ Para os termos $(t-j), j = p_{m+1}, \dots, 12$: $FC_{t,i}(e_{arm_{t,i}}) \cdot \gamma_{t,i} \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right)$
GFIOL (3.3)	$\lambda_{t,i}^{BHf}$	$\{EN_{t-1,i}, \dots, EN_{t-12,i}\}$ (devido a $EN_{t,i}$)	$(1 - \gamma_{t,i}) \cdot EN_{t,i}$	Para os termos $(t-j), j = 1 \dots, p_m$: $(1 - \gamma_{t,i}) \cdot \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right)$ Para os termos $(t-j), j = p_{m+1}, \dots, 12$: $(1 - \gamma_{t,i}) \cdot \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right)$
PFIO (3.4)	$\lambda_{t,i,r}^{VERTf}$	$\{EN_{t-1,i}, \dots, EN_{t-12,i}\}$ (devido a $EN_{t,i}$)	$\alpha_{t,i,1}^{MARS} (1 - \gamma_{t,i}) \cdot EN_{t,i}$	Para os termos $(t-j), j = 1 \dots, p_m$: $\alpha_{t,i,1}^{MARS} (1 - \gamma_{t,i}) \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right)$ Para os termos $(t-j), j = p_{m+1}, \dots, 12$: $\alpha_{t,i,1}^{MARS} (1 - \gamma_{t,i}) \cdot \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right)$
Cortes (3.5)	$\lambda_{t,icor}^{corte}$	$\{EN_{t-1,i}, \dots, EN_{t-12,i}\}$ (devido a $EN_{t,i}$) e $\{EN_{t-1,i}, \dots, EN_{t-11,i}\}$ (termos de $(t-j)$ nos cortes)	$\sum_{i=1}^{NREE} [(\pi_{ENA,t}^{i,icor})_{t+1} EN_{t,i} + \dots + (\pi_{ENA,t-11}^{i,icor})_{t+1} EN_{t-11,i}]$	Referentes à $EN_{t,i}$: Para os termos $(t-j), j = 1 \dots, p_m$: $(\pi_{ENA,t}^{i,icor})_{t+1} \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right)$ Para os termos $(t-j), j = p_{m+1} \dots, 12$: $(\pi_{ENA,t}^{i,icor})_{t+1} \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right)$ Referentes à $EN_{t-j,i}$: Para os termos $(t-j), j = 1, \dots, 11$: $(\pi_{ENA,t-j}^{i,icor})_{t+1}$

5.1.2 Construção dos coeficientes dos cortes referentes às ENAs passadas

Os termos referentes às ENAs passadas para os cortes construídos no subproblema do estágio t , para serem utilizados no estágio $t - 1$, são determinados de acordo com a mesma expressão (3.9), já utilizada na formulação original de [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial FO_t}{\partial ENA_{t-j,i}} &= \frac{\partial FO_t}{\partial BH_{t,i}} \cdot \frac{\partial BH_{t,i}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \frac{\partial FO_t}{\partial BH_{t,i}^{f}} \cdot \frac{\partial BH_{t,i}^{f}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \sum_{r=1}^3 \frac{\partial FO_t}{\partial PERDA_{t,i,r}} \cdot \frac{\partial PERDA_{t,i,r}}{\partial ENA_{t-j,i}} + \\ &\sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \frac{\partial FO_t}{\partial CORTE_{t+1,icor}} \cdot \frac{\partial CORTE_{t+1,icor}}{\partial ENA_{t-j,i}} = (\pi_{ENA,j}^{i,icor})_{t+1} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Aplicando essa formulação às expressões da Tabela 5.1 tabela anterior, obtêm-se as formulações s a seguir:

- Para os termos $j = 1 \dots, p_m$:

$$\begin{aligned} (\pi_{ENA,j}^{i,icor})_t &= \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} \\ &+ \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} \\ &+ \sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \lambda_{t,icor}^{corte} * \left[\left(\left(\phi_{t,j,i} + \frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (\pi_{ENA_1,i}^{icor})_{t+1} \right) + (\pi_{ENA_{j+1},i}^{icor})_{t+1} \right] \end{aligned} \quad (5.4)$$

- Para os termos $(t - j), j = p_m + 1, \dots, 11$

$$\begin{aligned} (\pi_{ENA,j}^{i,icor})_t &= \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} \\ &+ \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} \\ &+ \sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \lambda_{t,icor}^{corte} * \left[\left(\left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (\pi_{ENA_1,i}^{icor})_{t+1} \right) + (\pi_{ENA_{j+1},i}^{icor})_{t+1} \right] \end{aligned} \quad (5.5)$$

Para os termos $(t - j), j = 12$

$$\begin{aligned} (\pi_{ENA,j}^{i,icor})_t &= \lambda_{t,i}^{BH} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * \gamma_{t,i} * FC_{t,i} \right\} + \lambda_{t,i}^{BHf} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} \\ &+ \sum_{r=1}^3 \lambda_{t,i,r}^{VERTf} * \left\{ \left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * a_{t,i,r}^{MARS} * (1 - \gamma_{t,i}) \right\} \\ &+ \sum_{icor=1}^{NCOR_{t+1}} \lambda_{t,icor}^{corte} * \left[\left(\left(\frac{\psi_{t,i}}{12} \right) * (\pi_{ENA_1,i}^{icor})_{t+1} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.6)$$

Essas expressões são muito semelhantes às já apresentadas em [6], porém, como não se utilizam variáveis auxiliares, todos os lags de $j = 1$ até $j = 12$ aparecem com um termo explícito referente à contribuição de $(\pi_{ENA,j}^{i,icor})_{t+1}$ na expressão dos cortes de Benders.

5.2 Variante aproximada (parpA-aprox)

A abordagem matematicamente exata proposta na seção anterior, embora mantenha a parcimônia no modelo de geração de cenários perseguida em [3] e que deve procurar ser preservada, requer a inclusão de variáveis adicionais no momento de resolução do problema e cálculo da política. Isto pode levar a uma maior dificuldade de convergência do algoritmo e, conseqüentemente, aumento no tempo computacional para cálculo da política. Além disso, do ponto de vista prático intuitivo, é interessante ter um termo relacionado à energia afluente média anual passada na FCF, pois permitiria, por exemplo, a simulação desta função com valores exógenos desta tendência passada.

Para contornar esse inconveniente, o CEPEL propõe também neste relatório uma abordagem alternativa, onde se faz a seguinte aproximação para o termo "indesejado" $ENA_{t-12,i}$ na expressão (3.8):

$$ENA_{t-12,i} \approx \frac{X_{t-1,i}}{6} \quad (5.7)$$

É evidente que essa aproximação pode ser muito ruim em alguns meses do ano⁷, porém o intuito com esta aproximação é preservar a variável de estado $X_{t-1,i}$, que tem a vantagem de reduzir fortemente a quantidade de variáveis de estado na resolução do problema - e assim possivelmente reduzir o tempo computacional para resolver o problema. - ao mesmo tempo em que, no cálculo dos cortes, não se ignora a contribuição do termo referente à variável agregada $X_{t,i}$ nos cortes de Benders utilizados no estágio t . Entretanto, é muito importante avaliar a qualidade da política e dos resultados, já que o atingimento mais rápido do critério de convergência pode ser resultado de um cálculo menos acurado do limite inferior ($ZINF$) de convergência da PDDE (quando o critério estatístico é atingido pelo aumento de $ZINF$, ou uma "estagnação" inadequada na sua evolução (se este outro critério for atingido).

⁷ Por exemplo, se estivermos em outubro (t) e aproximarmos a ENA de outubro do ano anterior $t - 12$ que ainda está no período seco), como a média das ENAs de outubro do ano anterior até abril ($t - 6$) do ano corrente, que estão concentradas no período úmido.

6 RESULTADOS DE APLICAÇÃO DO MODELO PAR(P)-A

As abordagens para construção dos cortes de Benders descritas na seção 5 foram aplicadas em uma configuração oficial do sistema interligado brasileiro, referente ao Programa Mensal da Operação (PMO) de janeiro de 2021, sendo os resultados apresentados nesta seção. Para uma análise comparativa, são incluídos também os resultados com a metodologia atualmente empregada de introdução do PAR(p)-A na PDDE, descrita em [6](*parpA*), assim como a abordagem tradicional pelo modelo PAR(p) (*parp*).

6.1 Análises de sanidade: caso neutro ao risco

A análise comparativa da qualidade da função de custo futuro das diferentes abordagens pode ser medida de maneira direta ao serem construídas funções de custo futuro neutras a risco e avaliadas com o mesmo conjunto de cenários. A seguir, apresentamos a avaliação feita com as três distintas estratégias apresentadas, onde se esperam os menores valores esperados do custo total de operação para as melhores políticas, já que, em um caso neutro a risco, a função objetivo do problema de otimização sendo resolvido é a minimização do valor esperado do custo de operação.

6.1.1 Convergência – Casos neutro a risco

Inicialmente, apresentamos a análise de convergência durante o cálculo da política operativa onde, de maneira impositiva, todas as execuções foram efetuadas até a centésima iteração. O objetivo dessa análise é poder observar o comportamento dos limites inferiores e superiores da política ótima ao longo das iterações para as abordagens em avaliação. Verifica-se que, independentemente da abordagem utilizada, os casos executados com geração de cenários que consideram a componente anual (PAR(p)-A) apresentam um aumento dos limites ZINF e ZSUP possivelmente associados a geração de cenários mais severos com tal metodologia, como foi observado em[9]. A Figura 6.1 também mostra uma aproximação mais lenta entre os limites inferiores e superiores na abordagem *parpA-12enas* se comparada a metodologia tradicional com *parp*. Tal comportamento é esperado uma vez que nessa abordagem utiliza-se um número maior de variáveis de estado. Ressalta-se, entretanto, que apesar da aparente aproximação mais rápida nas abordagens *parpA* e *parpA-aprox*, em ambas, o limite inferior (ZINF) ultrapassa o superior (ZSUP) na 48ª iteração e 66ª iterações, respectivamente. Observa-se aqui a necessidade de se avaliar adicionalmente os intervalos de confiança do ZSUP. Finalmente, para as abordagens *parp* e *parpA-12enas* parece haver um comportamento assintótico dos limites em questão.

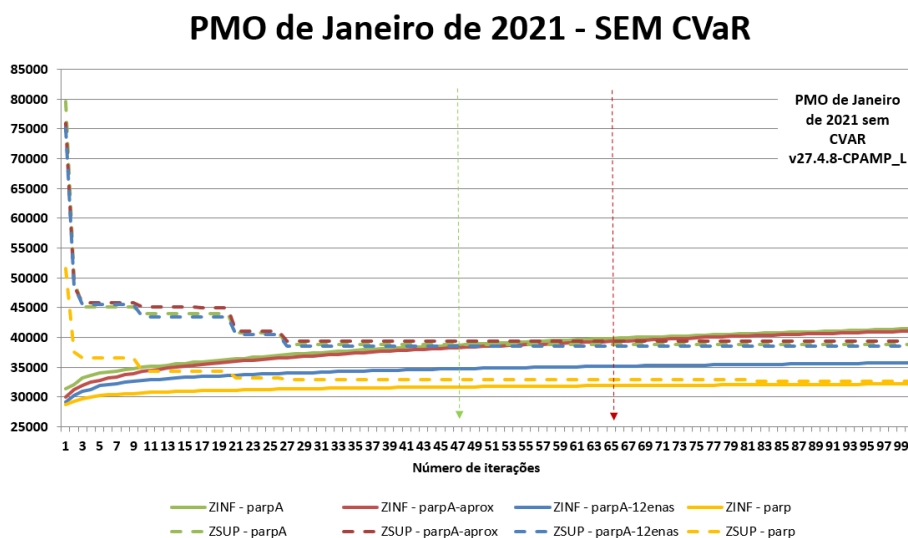


Figura 6.1 - Convergência dos Casos Neutro a Risco.

6.1.2 Simulação Final – Caso neutro a risco – Operação

Os resultados apresentados nessa seção foram obtidos para a simulação final com séries sintéticas. Observa-se que o conjunto de cenários da simulação final utilizado é o mesmo para as abordagens *parpA*, *parpA-12enas* e *parpA-aprox*, todos com a modelagem PAR(p)-A. A Figura 6.2 ilustra os valores obtidos para o custo de operação (COPER) ao longo de todo o horizonte de planejamento. Embora os valores sejam estatisticamente equivalentes, dados os intervalos de confiança apresentados, a abordagem *parpA-12enas* apresentou o menor COPER entre as abordagens com PAR(p)-A, como se espera para uma melhor política operativa.

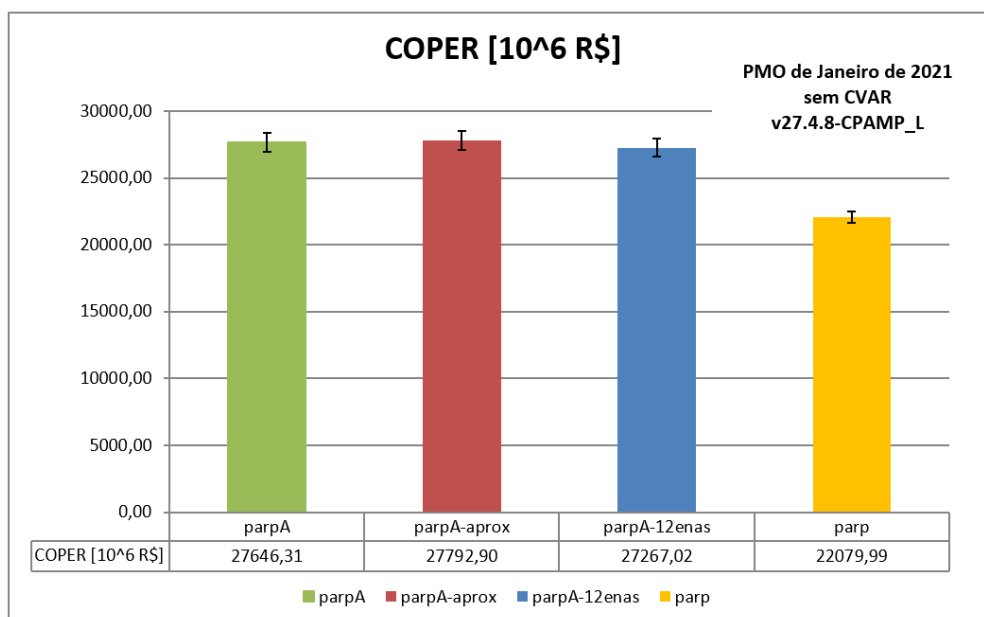


Figura 6.2 - Custo de Operação da Simulação final.

Na Figura 6.3 são apresentadas a evolução do valor esperado dos custos marginais de operação (CMOs) ao longo do período de planejamento, para os quatro submercados da configuração. Observa-se que os valores esperados do CMO permaneceram mais elevados ao longo do horizonte de planejamento ao se utilizar a estratégia atual *parpA* no processo de construção dos cortes de Benders. Quando se comparam as duas estratégias alternativas apresentadas nesse relatório, a estratégia *parpA-aprox* apresenta valores esperados do CMO mais elevados em alguns dos períodos ao longo do horizonte de planejamento, embora na maior parte deles seja bem semelhante ao apresentado pela estratégia exata de derivação dos cortes de Benders, (*parpA-12enas*).

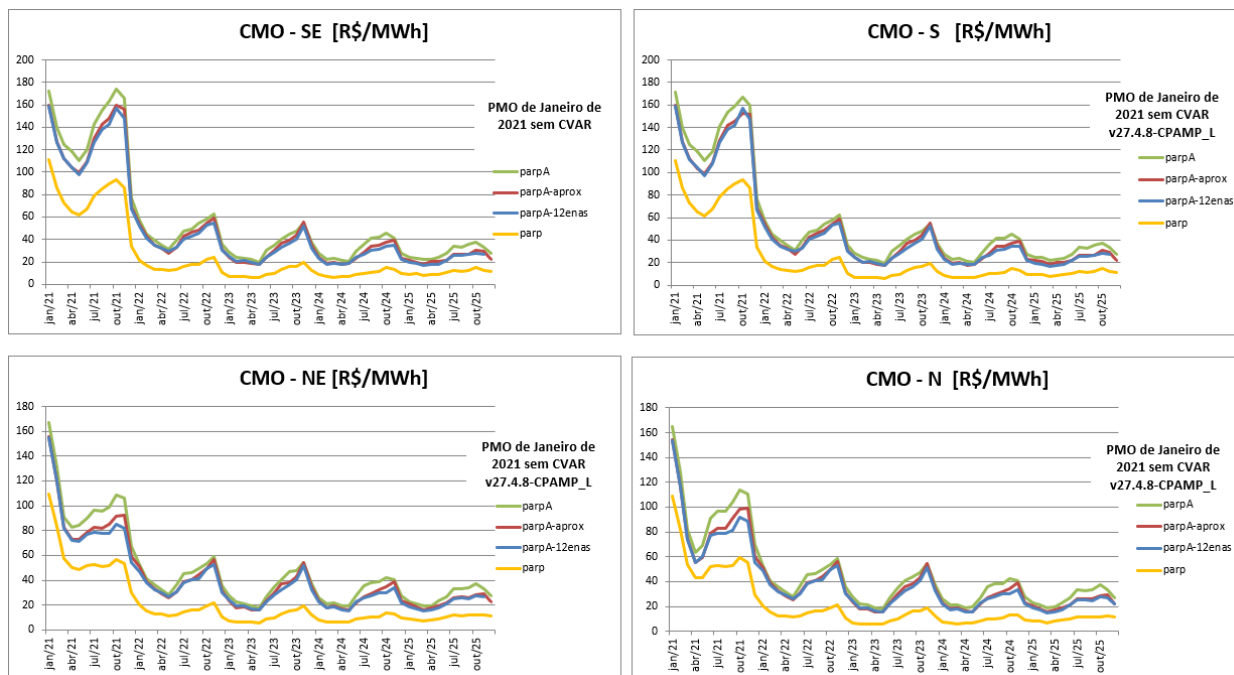


Figura 6.3 - Evolução dos CMOs médios ao longo do período de planejamento.

Segue-se com uma análise estatística das médias dos resultados obtidos para os 2000 cenários de afluência da simulação final do modelo NEWAVE, onde são mostradas a comparação dos resultados das estratégias analisadas em relação às seguintes variáveis: geração térmica (GTERM), déficit (DEFT), geração hidráulica total (GHTOT), energia armazenada final (EARMF) e vertimento total (VERTOT). De maneira geral, os comportamentos das três abordagens *parpA*, *parpA-aprox* e *parpA-12enas* não apresentam grande diferenciação operativa quando se olham os resultados de maneira agregada para todo o SIN. Apenas a geração térmica apresenta comportamento bem semelhante ao observado para o CMO, onde o *parpA* apresenta os maiores valores, seguido do *parpA-aprox* que apesar de se assemelhar ao *parpA-12enas* na maior parte do horizonte, quando se diferencia do mesmo faz isso apresentando valores maiores. Também há uma diferenciação entre as abordagens no que diz respeito ao déficit, onde a abordagem *parpA-aprox* resulta em valores acima das outras duas estratégias (*parpA* e *parpA-12enas*) especialmente nos períodos de pico.



Figura 6.4 - Evolução da operação média do SIN ao longo do período de planejamento.

6.2 Análises de desempenho: caso avesso ao risco

A avaliação comparativa do impacto na operação de médio/longo prazo ao se utilizarem as políticas calculadas com as três abordagens de derivação dos cortes descritas foi realizada com simulações em uma configuração oficial do sistema interligado brasileiro, correspondente ao PMO de janeiro de 2021. Para que a comparação possa ser feita não só com a versão atual da PDDE com PAR(p)-A (*parpA*), mas também com a abordagem tradicional e oficial, serão apresentados também os resultados com o modelo PAR(p)(*parp*). Em consonância com o objetivo de analisar comparativamente o desempenho no planejamento da operação, os resultados aqui apresentados foram obtidos com o mecanismo de aversão ao risco CVaR com a parametrização oficial corrente ($\alpha=50\%$ e $\lambda=35\%$).

6.2.1 Custo de Operação

Inicialmente, apresentam-se na Figura 6.5 os valores obtidos para o custo de operação (COPER) ao longo de todo o horizonte de planejamento, onde novamente a abordagem *parpA-12enas* apresentou o menor COPER entre as abordagens com PAR(p)-A, agora estatisticamente menor do que a abordagem *parpA*.

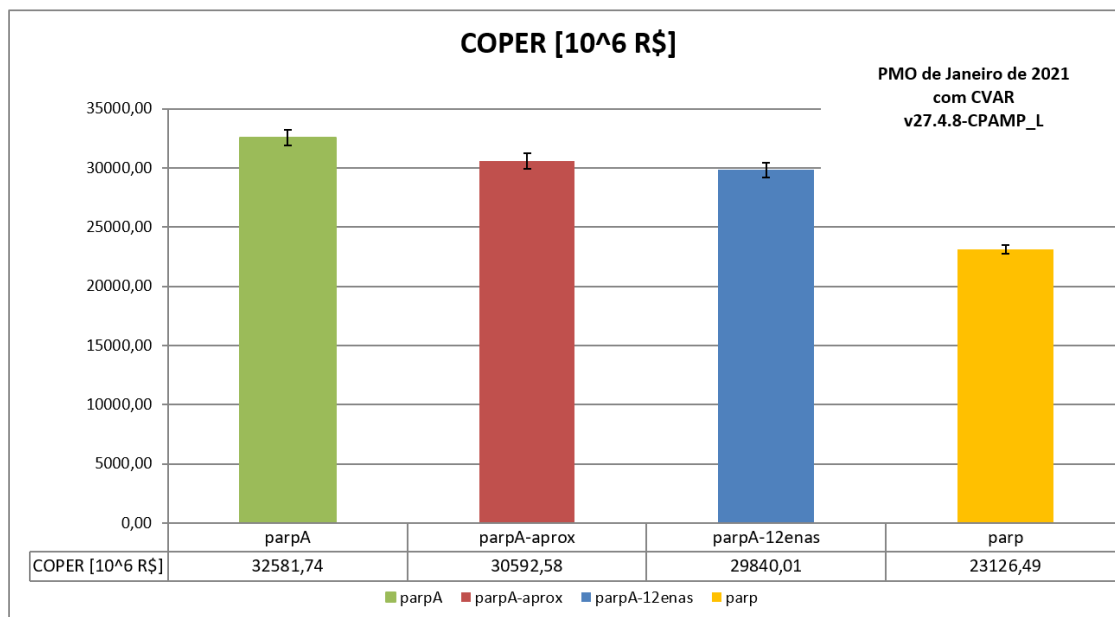
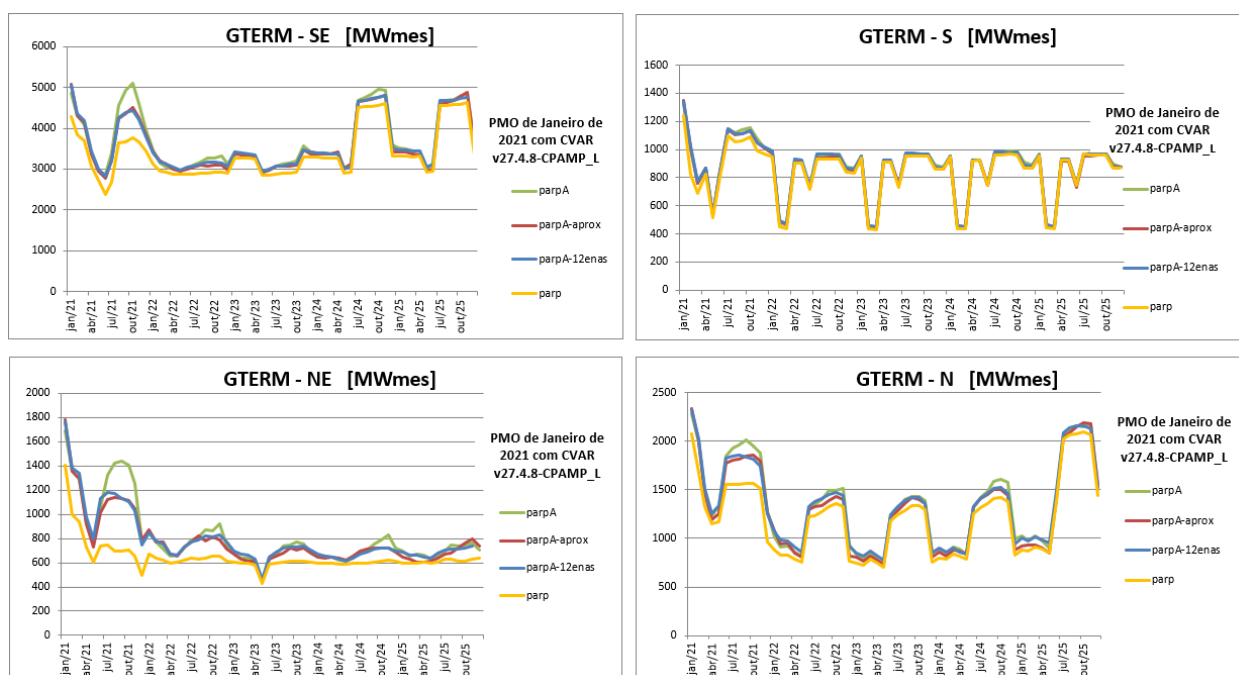


Figura 6.5 - Custo de Operação da Simulação final com séries sintéticas.

6.2.2 Operação do Sistema

A operação do sistema será analisada aqui através da comparação das médias dos resultados nas simulações em relação às variáveis GTERM, DEFT, GHTOT, EARMF, VERTOT. Observa-se inicialmente que os valores esperados da geração térmica permanecem mais elevados especialmente nos períodos de pico ao longo do horizonte de planejamento ao se utilizar o processo atual de derivação dos cortes de Benders com PAR(p)-A (abordagem *parpA*).



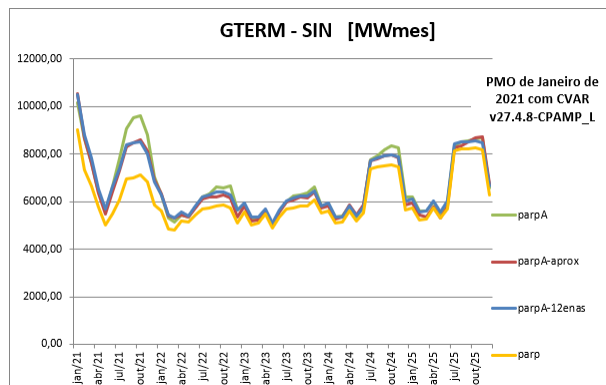


Figura 6.6 - Evolução da geração térmica média ao longo do período de planejamento.

Na Figura 6.7 é apresentada a evolução do valor esperado do déficit de energia ao longo do período de planejamento para os quatro submercados da configuração, onde não foi possível observar nenhum comportamento sistemático ao se comparar abordagens de derivação dos cortes de Benders com quando se utiliza o modelo PAR(p)-A no processo de geração de cenário de ENA.

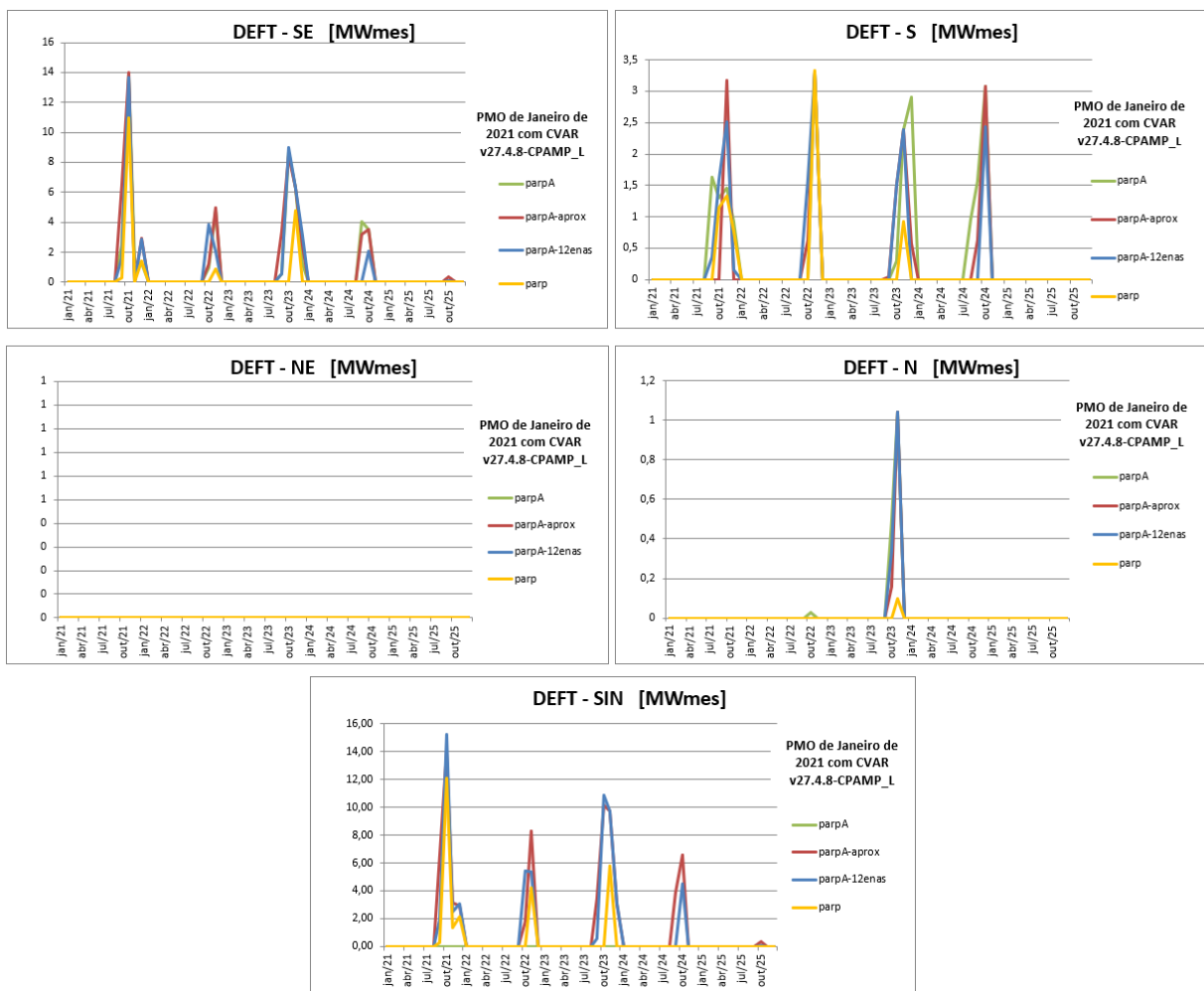


Figura 6.7 - Evolução do déficit médio ao longo do período de planejamento.

A Figura 6.8 e a Figura 6.9 ilustram a evolução do valor esperado da geração hidráulica total e armazenamento, respectivamente, ao longo do período de planejamento para os REEs dos 4 submercados da configuração e também no SIN. Embora seja difícil observar comportamentos distintos da GHTOT e EARMF agregadamente no SIN, para os REEs do submercado Nordeste, por exemplo, a abordagem *parpA* apresenta picos de geração hidráulica bem maiores do que as duas abordagens *parpA-aprox* e *parpA-12enas*. Nesse mesmo sentido, a abordagem *parpA* apresenta redução acentuadas dos armazenamentos nos REEs do submercado Nordeste.

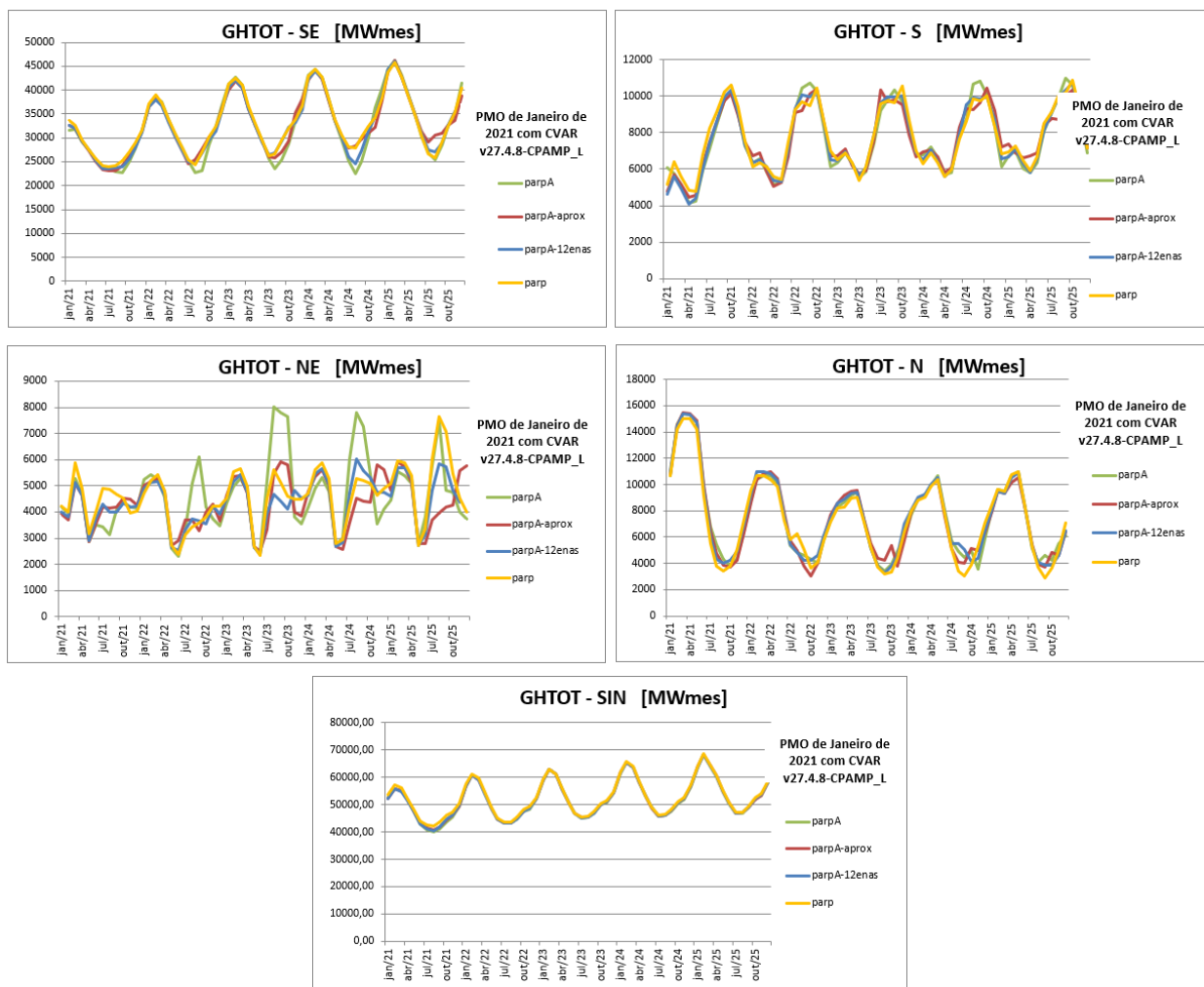


Figura 6.8 - Evolução da geração hidráulica total média por Submercado e do SIN.



Figura 6.9 - Evolução do armazenamento médio por SUBMERCADO e do SIN.

Por fim, a Figura 6.10 ilustra a evolução do valor esperado do vertimento total ao longo do período de planejamento para o SIN e para os REES dos submercados Sul, Sudeste, Norte e Nordeste. Embora seja clara a diferença entre as simulações com PAR(p) e PAR(p)-A, não se evidencia grandes diferenças entre as abordagens distintas da derivação dos cortes de Benders com PAR(p)-A. Exceto apenas para o submercado Nordeste, onde em alguns períodos a abordagem *parpA* apresenta vertimentos ligeiramente mais baixos do que os demais.

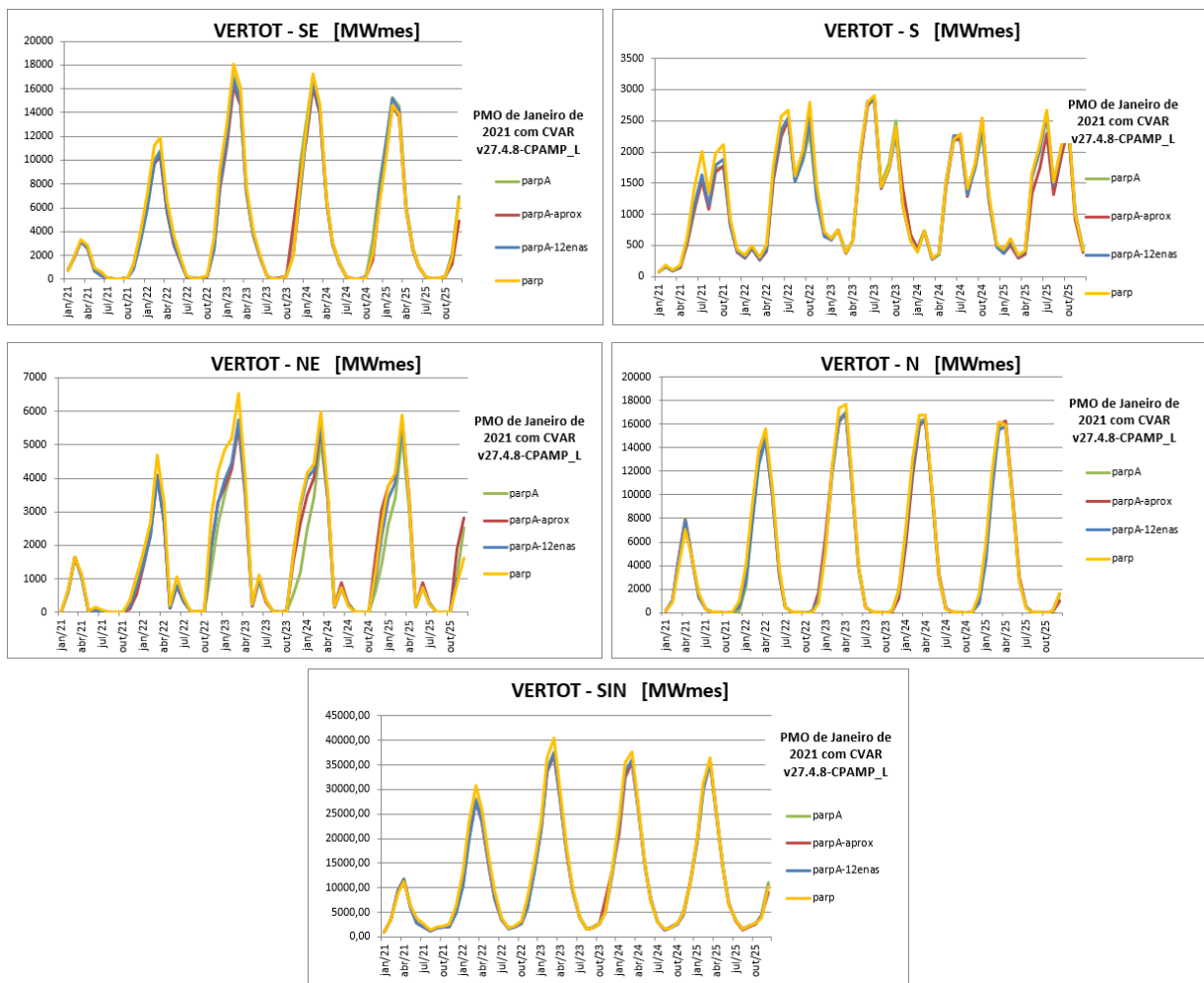


Figura 6.10 - Evolução do vertimento total médio por REE e do SIN.

6.2.3 Custo Marginal de Operação

São apresentadas aqui as evoluções do valor esperado dos custos marginais de operação (CMOs) mensal ao longo do período de planejamento, para os quatro submercados da configuração. Observa-se que os valores esperados das variáveis CMO apresentaram comportamentos muito semelhantes aos da geração térmica, onde os picos apresentados na abordagem *parpA* são atenuados nas duas abordagens *parpA-aprox* e *parpA-12enas*, que ainda assim permanecem mais elevados do que a simulação com PAR(p), a *parp*.

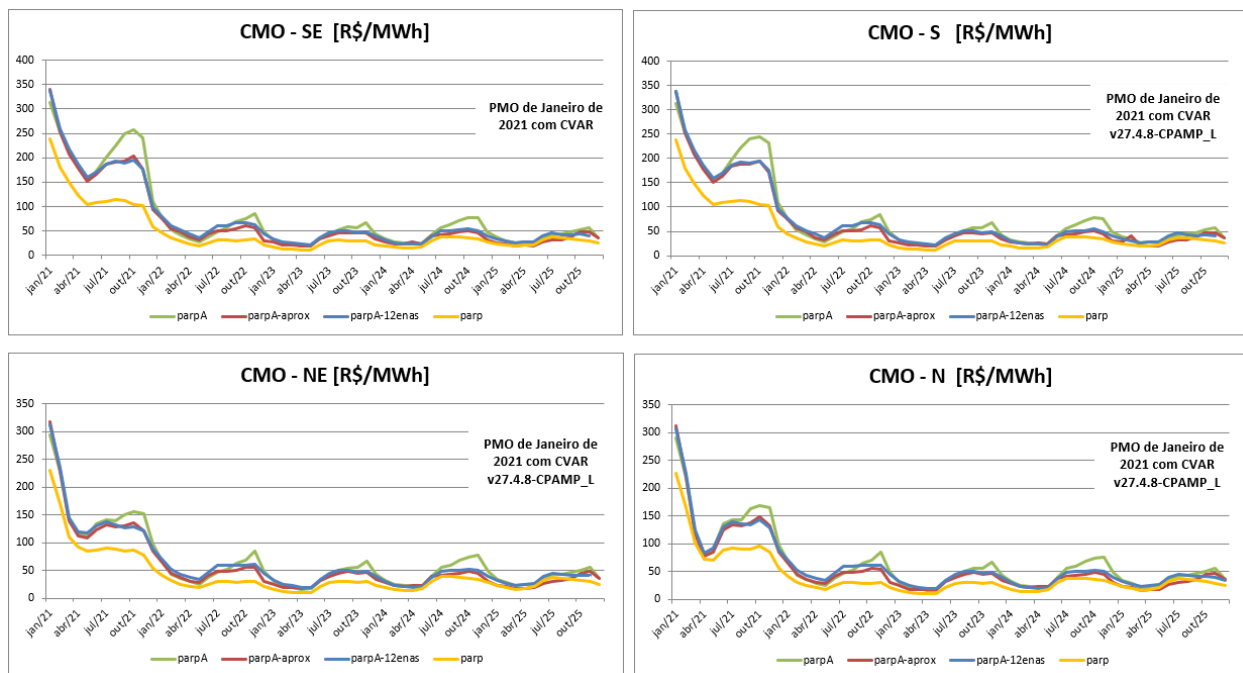


Figura 6.11 - Evolução dos CMOs médios.

6.3 Tempo Computacional

Os casos executados até o momento não foram numerosos o suficiente para que se pudesse ter uma avaliação sólida do impacto da revisão da construção dos cortes do modelo Par(p)-A no tempo computacional para cálculo da política com o modelo NEWAVE. Os testes preliminares realizados pelo CEPEL indicaram que, ao contrário do que se esperava, os tempos entre as três abordagens não diferiram muito entre si. Entretanto, testes mais exaustivos devem ser realizados para diversos tipos de decks de NEWAVE (PMO, PDE, Leilão, GF) e diversos horizontes de tempo diferentes, para que se possa ter uma avaliação mais robusta.

Um aspecto importante a ser avaliado é que a mudança no padrão de convergência com as metodologias *parpA-12enas* e *parpA-aprox* pode levar à necessidade de revisão do critério de parada, o que pode impactar não o tempo de cada iteração, mas sim o tempo para que se atinja a convergência. Deve-se observar, entretanto, que em muitos casos a execução do modelo vai até o número máximo de iterações (45), o que não invalidaria a análise do tempo por iteração, caso o critério de parada definido não seja dominante em relação à quantidade de iterações.

7 CONCLUSÕES

Este relatório teve como objetivo revisar o processo de construção dos cortes de Benders proposto pelo CEPEL no ano de 2020 [6], quando se considerou o modelo autorregressivo periódico com componente anual (PAR(p)-A) no algoritmo de programação dinâmica dual estocástica (PDDE), como proposto também pelo CEPEL em [3]. Ressalta-se que não é proposta nenhuma alteração no modelo de geração de cenários ou no conjunto de séries *forward/backward* empregadas na PDDE no modelo NEWAVE, e nem no conjunto de cenários considerados na simulação final. Propõe-se apenas um ajuste em um dos termos de derivação dos cortes, com o objetivo de se obter uma formulação matematicamente exata. Esta formulação exata (denominada "parpA-12enas") leva, entretanto, à necessidade de representação de cada energia natural afluenta (ENA) passada individualmente como variável de estado para a PDDE, o que pode trazer dois inconvenientes: um maior tempo computacional para cálculo da política e uma perda de intuição em relação à motivação para representação da variável de estado referente à vazão média anual dos últimos 12 meses na função de custo futuro. Desta forma, propõe-se também como alternativa à abordagem [6], validada anteriormente pela CPAMP, uma modelagem também aproximada, denominada "parpA-aprox", que leva em consideração alguns dos termos não representados na modelagem original de [6] e aproxima o termo referente à ENA passada de lag 12, permitindo manter a variável agregada referente às ENAs passadas.

Os resultados de convergência apresentados mostram que somente a formulação matematicamente exata mantém o valor de limite inferior da PDDE (Zinf) menor do que a estimativa feita para o limite superior, o que comprova, empiricamente, a exposição teórica apresentada ao longo do relatório para a modelagem exata. Ao contrário do esperado, para o conjunto muito reduzido de casos que foi considerado, não se verificou um aumento significativo no tempo computacional com a metodologia "parpA-12enas" em relação às outras duas, o que pode favorecer ainda mais a sua aplicação. Em relação aos resultados de operação, notadamente o custo marginal de operação (CMO) médio entre as séries e, como consequência, a geração térmica média, verifica-se que a metodologia exata "parpA-12enas" tende a reduzir alguns picos em períodos específicos. Isto pode ser relevante, já que norteiam a determinação dos valores da água nas usinas hidrelétricas. Entretanto, o conjunto de casos analisados neste relatório é bastante limitado, e a análise mostrada aqui buscou apenas trazer alguns resultados preliminares de avaliação de desempenho das abordagens alternativas que podem ser aplicadas.

Há de se considerar também os ótimos resultados já obtidos com a aplicação da metodologia PAR(p)-A na PDDE, que resultou em uma política de operação mais adequada para enfrentar séries muito críticas e é capaz de sinalizar de forma mais efetiva despachos térmicos com maior antecedência, em comparação com a metodologia vigente *Parp*. Em relação à comparação com a metodologia proposta originalmente em [6], o objetivo da exposição teórica e dos exemplos mostrados na seção 4 foi ilustrar a necessidade, do ponto de vista de rigor matemático, da explicitação de cada variável de estado passada na função de custo futuro quando se resolve o problema de otimização por PDDE com o modelo PAR(p)-A. Entretanto, consideramos importante a busca de soluções aproximadas alternativas, que evitem a representação individual das ENAs passadas na função de custo futuro, o que em princípio teria duas vantagens potenciais: reduzir o potencial esforço computacional para cálculo da política e tornar a política de operação (funções de custo futuro) mais "intuitiva" para uso na prática, pois seria possível simulá-la considerando valores exógenos para a afluência média anual dos últimos doze meses a cada período. Como conclusão, sugerimos a validação, no âmbito da CPAMP e das FTs, tanto da metodologia exata de construção de cortes para a PDDE como da abordagem aproximada apresentadas neste relatório, além de eventuais abordagens alternativas que venham a ser propostas, e que podem ser incorporadas no modelo NEWAVE.

8 REFERÊNCIAS

- [1] M.E.P. Maceira, D.D.J. Penna, A.L. Diniz, R.J. Pinto, A.C.G. Melo, C.V. Vasconcellos, C.B. Cruz, "Twenty Years of Application of Stochastic Dual Dynamic Programming in Official and Agent Studies in Brazil – Main Features and Improvements on the NEWAVE Model", 20th PSCC - Power Syst. Comp. Conf., Dublin, Ireland, June, 2018.
- [2] A. L. Diniz, F. S. Costa, M. E. P. Maceira, T. N. Santos, L. C. Brandão, R. N. Cabral, " Short/Mid-Term Hydrothermal Dispatch and Spot Pricing for Large-Scale Systems - the Case of Brazil", 20th Power Systems Computation Conference, Dublin, Ireland, June 2018.
- [3] F. Treistman, M.E.P. Maceira, J.M. Damázio, C.B. Cruz, "Proposta Metodológica para o Aprimoramento da Memória de Modelos Auto-Regressivos Periódicos", Relatório Técnico CEPEL no 1416/2020, Fevereiro 2020.
- [4] M. V. F. Pereira, L. M. V. G. Pinto, "Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning", *Mathematical Programming*, v. 52, n.1-3, pp. 359-375, May 1991.
- [5] M.E.P. Maceira, "Programação dinâmica Dual Estocástica considerando a Correlação Temporal das Afluências aos Reservatórios", Relatório Técnico CEPEL 237/93, Rio de Janeiro, Brazil, 1993.
- [6] M.E.P. Maceira, C.B. Cruz, J.M. Damazio, A.C.G. de Melo, A. L. Diniz, F. Treistman, "Consideração do Modelo Auto-Regressivo Periódico Anual (PAR(p)-A) no Algoritmo de Programação Dinâmica Dual Estocástica", Relatório Técnico CEPEL no 2002/2020, Outubro 2020.
- [7] Relatório Técnico do GT Metodologia da CPAMP nº02-2020, " Representação Hidrológica:Geração de cenários", Novembro 2020.
- [8] Relatório Técnico do GT Metodologia da CPAMP nº02-2021, " Representação Hidrológica:Geração de cenários", Junho 2021.
- [9] J. M. Damázio, H. S. Araújo, C. B. Cruz, "Testes Estatísticos para Avaliação de Aderência entre Séries Históricas de Energias Naturais Afluentes ao SIN e Cenários Sintéticos dos modelos PAR(p) e PAR(p)-A", Relatório Técnico CEPEL nº 1274/2021.
- [10] Página de documentação dos modelos de otimização energética do CEPEL (http://srvlumis02.cepel.br/pt_br/sala-de-imprensa/noticias/documentacao-tecnica-das-metodologias-e-modelos-de-otimizacao-energetica-do-cepel.htm)
- [11] D.D.J.Penna, M.E.P.Maceira, A.L.Diniz, A.C.G.Melo, C.B.Cruz, "Avanços na Reamostragem de Cenários Hidrológicos Aplicada ao Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo", XIV SEPOPE - Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Recife, Junho 2018.
- [12] A. L. Diniz, M.E.P. Maceira, "Multi-lag Benders decomposition for power generation planning with nonanticipativity constraints on the dispatch of LNG thermal plants", In: Horand I Gassmann, William T Ziemba. (Org.). Stochastic Programming - Applications in Finance, Energy, Planning and Logistics. 1ed.: World Scientific, 2013, v. 4, p. 399-420.
- [13] M.P. Tcheou, R.N. Cabral, D.D.J. Penna, V.S. Duarte, M.E.P. Maceira, "Modelagem da função de perdas a fio d'água através do MARS (Multivariate Adaptive Regression Splines)", XII SEPOPE -- Symposium of Specialists in Electric Operational and Expansion Planning, Rio de Janeiro, Brasil, May. 2012

9 NOMENCLATURA

α_t	Valor esperado do custo total de operação do estágio t até o final do período de planejamento T , também chamado de função de custo futuro do estágio t ;
$\alpha_{t,i,r}^{MARS}$	Coefficiente angular da reta r para representar as perdas a fio d'água no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$a_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à parcela controlável gerada no próprio reservatório equivalente i no estágio t ;
$avm_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à perda por enchimento de volume morto no próprio reservatório equivalente i no estágio t ;
$b_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à parcela do reservatório equivalente i que entrará como recurso controlável no reservatório equivalente a jusante de i no estágio t ;
$b_{t,i,r}^{MARS}$	Termo independente da reta r que representa as perdas a fio d'água no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$bvm_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à perda controlável devida ao enchimento de volume morto do REE i no reservatório equivalente a jusante de i no estágio t ;
$c_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à parcela do reservatório equivalente i que entrará como recurso a fio d'água no reservatório equivalente a jusante de i no estágio t ;
$cdef_{t,k,idef}$	Custo de não atendimento à demanda de energia do submercado k e do patamar de déficit $idef$ no estágio t ;
$cterm_{t,ictt}$	Custo de geração da classe térmica $ictt$ no estágio t ;
$cvm_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à perda a fio d'água devida ao enchimento de volume morto do REE i no reservatório equivalente a jusante de i no estágio t ;
$\delta_{t,i,c}^{GHMIN}$	Violação da restrição de geração hidráulica mínima no reservatório equivalente i , para o patamar de carga c , no estágio t ;
$\delta_{t,i}^{EARM}$	Violação da restrição de armazenamento mínimo operativo no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$\delta_{t,i}^{DSVC}$	Violação da restrição de desvio de energia controlável no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$\delta_{t,i}^{DSVF}$	Violação da restrição de desvio de energia nas usinas à fio d'água no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$\delta_{t,i,1}^{EVMIN}$	Violação do patamar 1 da restrição de vazão mínima no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$\delta_{t,i,2}^{EVMIN}$	Violação do patamar 2 da restrição de vazão mínima no reservatório equivalente i , no estágio t ;
β	Taxa de desconto;
$d_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente ao desvio a fio d'água que será desviado do próprio REE i no estágio t ;
$DEF_{t,k,idef,c}$	Energia não suprida no submercado k , para o patamar de déficit $idef$, para o patamar de carga c , no estágio t ;

$DSVC_{t,i,c}$	Perda de energia controlável no reservatório equivalente i , no patamar de carga c , no estágio t ;
$DSVF_{t,i,c}$	Perda de energia nas usinas à fio d'água no reservatório equivalente i , no patamar de carga c , no estágio t ;
$e_{t,i}^{ACPL}$	Fator de acoplamento hidráulico referente à parcela do desvio a fio d'água do REE i que será desviado do REE a jusante de i no estágio t ;
$earm_{t,i}$	Energia armazenada no reservatório equivalente i no início do estágio t ;
$ENA_{t,i}$	Energia afluyente do reservatório equivalente de energia i , no estágio t ;
$evap_{t,i}$	Energia evaporada no reservatório equivalente i . Essa variável é função da energia armazenada no início do estágio t ;
$EVERT_{t,i}$	Energia vertida do reservatório equivalente i , no estágio t ;
$EVM_{t,i}$	Energia de enchimento de volume morto do reservatório equivalente i , no estágio t ;
$FC_{t,i}$	Fator de correção da energia controlável que é função da energia armazenada no início do estágio t no reservatório equivalente i ;
$\gamma_{t,i}$	Fator de separação das energias afluentes controlável e fio d'água no reservatório equivalente i , no estágio t . Corresponde a parcela controlável;
$GFIOL_{t,i}$	Geração hidráulica não controlável do reservatório equivalente i , no estágio t ;
$GHC_{t,i,c}$	Geração hidráulica controlável do reservatório equivalente i , para o patamar de carga c , no estágio t ;
$GT_{t,iclt,c}$	Geração da classe (usina) térmica $iclt$, para o patamar de carga c , no estágio t ;
$LAGMAX$	número máximo de períodos para antecipação térmica das usinas a GNL;
$MX_{t,i}$	A máxima violação do armazenamento mínimo no reservatório equivalente i até o estágio t . O máximo é contabilizado sempre dentro de um ano terminando no mês de nível meta da car;
$\pi_{EARM}^{i,icor}$	Multiplicador simplex ou variável dual associada ao nível de energia armazenada no reservatório equivalente i , referente ao $icor$ -ésimo corte de Benders;
$\pi_{ENAP}^{i,icor}$	Multiplicador simplex ou variável dual associada à energia afluyente nos estágios anteriores no reservatório equivalente i , referente ao $icor$ -ésimo corte de Benders;
$\pi_{GNL}^{k,c,icor}$	Multiplicador simplex ou variável dual associada antecipação térmica no submercado k , no patamar de carga c , referente ao $icor$ -ésimo corte de Benders;
$\pi_{MX}^{i,icor}$	Multiplicador simplex ou variável dual associada à máxima violação do armazenamento mínimo no reservatório equivalente i , referente ao $icor$ -ésimo corte de Benders;
$\pi_X^{i,icor}$	Multiplicador simplex ou variável dual associada ao somatório das afluências passadas no reservatório equivalente i , nos estágios $t-p$ até $t-11$, referente ao $icor$ -ésimo corte de Benders;
pen^{GHMIN}	Penalidade por violação da restrição de geração hidráulica mínima;
pen^{GHMINU}	Penalidade por violação da restrição de geração hidráulica mínima das usinas hidroelétricas;
pen^{EARM}	Penalidade por violação da restrição de armazenamento mínimo operativo;
pen^{DESV}	Penalidade por violação da restrição de retirada de água para outros usos;
pen_1^{EVMIN}	Penalidade por violação do patamar 1 da meta de vazão mínima;

pen_2^{EVMIN}	Penalidade por violação do patamar 2 da meta de vazão mínima;
pen^{INTMIN}	Penalidade por violação da restrição de intercâmbio mínimo;
$PFIO_{t,i}$	Vertimento associado às usinas à fio d'água no reservatório equivalente i , no estágio t ;
$NCLT_k$	Número de classes térmicas do submercado k ;
$NPDF$	Número de patamares de déficit;
$NPMC$	Número de patamares de carga;
$NREE$	Número de reservatórios equivalentes;
$NSBM$	Número de submercados;
$SGT_{t-1,m,c}$	Geração térmica antecipada do submercado k , para o patamar de carga c , definida no estágio $t-1$;
W^{icor}	Termo independente do $icor$ -ésimo corte de Benders;
$X_{t,i}$	Somatório das energias afluentes passadas ao reservatório equivalente i , nos estágios $t-p$ até $t-11$;